PALESTRA

Do nascimento à *morte das estrelas*



De uma nuvem fria de hidrogênio a uma anã branca, uma estrela de nêutrons ou um buraco negro — e a física que decide *qual* será o fim.

$M_{\mathrm{J}} \cdot M_{\mathrm{Ch}} \cdot M_{\mathrm{TOV}}$ TRÊS MASSAS DECIDEM O DESTINO

Rafael C. R. de Lima

Departamento de Física · UDESC/CCT · Joinville

rafael-lima.pages.dev/talks

ROTEIRO

Cinco partes, *uma vida*

I

O nascimento

Nuvens moleculares, o critério de Jeans e por que uma nuvem que encolhe acaba acendendo.

II

A vida

Fusão contra gravidade, massa e tempo de vida, o diagrama H–R e o que acontece quando o hidrogênio acaba.

III

Estrelas degeneradas

Heisenberg e Pauli seguram o que a fusão não segura mais — até o limite de Chandrasekhar.

IV

Estrelas de nêutrons

Pulsares, magnetares, a densidade nuclear e a luz que faz curva — com resultados da minha pesquisa.

V

Buracos negros

De Laplace a Schwarzschild, o horizonte, o tempo que congela e as estrelas em volta de Sgr A*.

I

PARTE UM

O *nascimento*

Uma estrela nasce quando a gravidade de uma nuvem fria vence a agitação térmica do próprio gás.

nebulosas · Jeans · 1902 · colapso e fragmentação · corpo negro · protoestrelas



"Penhascos Cósmicos", Nebulosa de Carina · NASA, ESA, CSA, STScI · domínio público

NUVENS MOLECULARES

Onde nasce *uma estrela?*



Em nebulosas: nuvens frias de gás e poeira.

- **Nuvens moleculares**: o hidrogênio está em moléculas, H_2.
- **Densas o bastante para haver química**: H_2, monóxido de carbono (CO), formaldeído (H_2CO), água, álcool...
- **Frias**: de 10 a 20 K, perto de −260 °C.

10–20 K	10^2–10^6	10^6 $M_\odot$
temperatura	moléculas por cm^3	até isso, numa nuvem gigante

Mesmo a parte mais densa é um vácuo melhor que o de laboratório: o ar que respiramos tem $2{,}5\times10^{19}$ moléculas por cm^3.

NEBULOSA DA ÁGUIA · M16 · 7 000 ANOS-LUZ

Os *Pilares da Criação*





Há estrelas nascendo nos pilares: as **protoestrelas**.

Na luz visível a poeira as esconde. No infravermelho ela fica transparente, e elas aparecem como pontos avermelhados nas pontas dos pilares.

O pilar da esquerda tem uns 4 anos-luz de altura. Hubble: 1995, refeita em 2014. Webb: 2022.

SIR JAMES JEANS · 1902

Quando a gravidade *vence o calor?*

A IDEIA

Uma região de raio R e massa M colapsa se as moléculas, agitadas pela temperatura T da nuvem, **não têm velocidade suficiente para escapar** dela.

Aí a gravidade vence a pressão causada pela energia térmica, e qualquer perturbação faz a região cair sobre si mesma.

É a mesma conta da velocidade de escape que vai reaparecer na Parte V — lá, com a luz no lugar das moléculas.

Energia cinética média de uma molécula de massa m, e a energia potencial gravitacional dela na borda da região:

$$K_{\text{méd}} = \frac{3}{2} k_B T \qquad U_G = \frac{GMm}{R}$$

O limiar do colapso é quando as duas se igualam:

$$\frac{3}{2} k_B T = \frac{GMm}{R}, \quad M = \frac{4\pi}{3} \rho R^3$$

Resolvendo para R:

$$R = \frac{9\, k_B T}{8\pi G \rho m}^{1/2}$$

Quanto mais densa, *menor o pedaço* que colapsa

Numa análise mais cuidadosa, com perturbações de pressão, Jeans encontrou:

$$\lambda_J = \frac{\pi k_B T}{G\rho m}^{1/2}$$

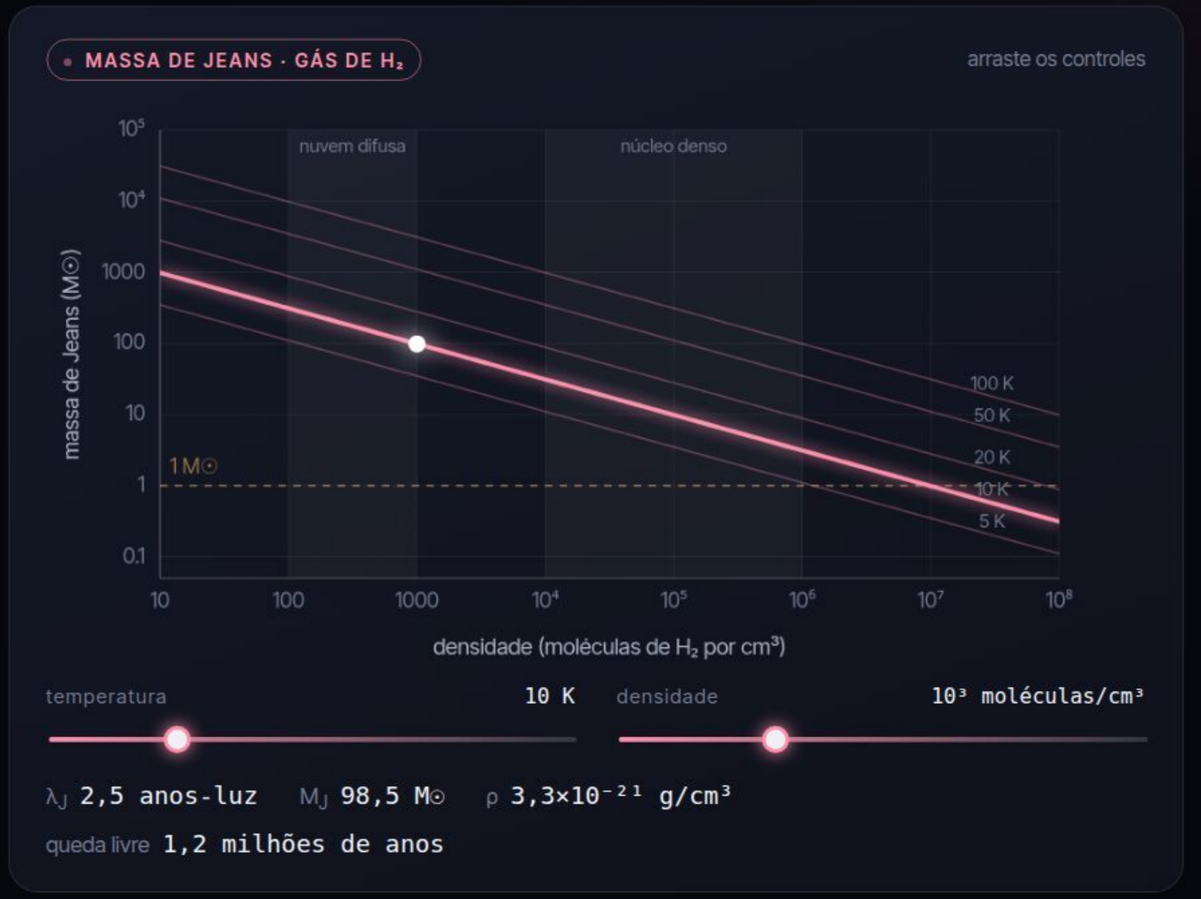
COMPRIMENTO DE JEANS

$$M_J = \frac{4\pi}{3}\lambda_J^3 \rho = \frac{4\pi^{5/2}}{3}\frac{k_B T}{Gm}^{3/2} \rho^{-1/2}$$

MASSA DE JEANS

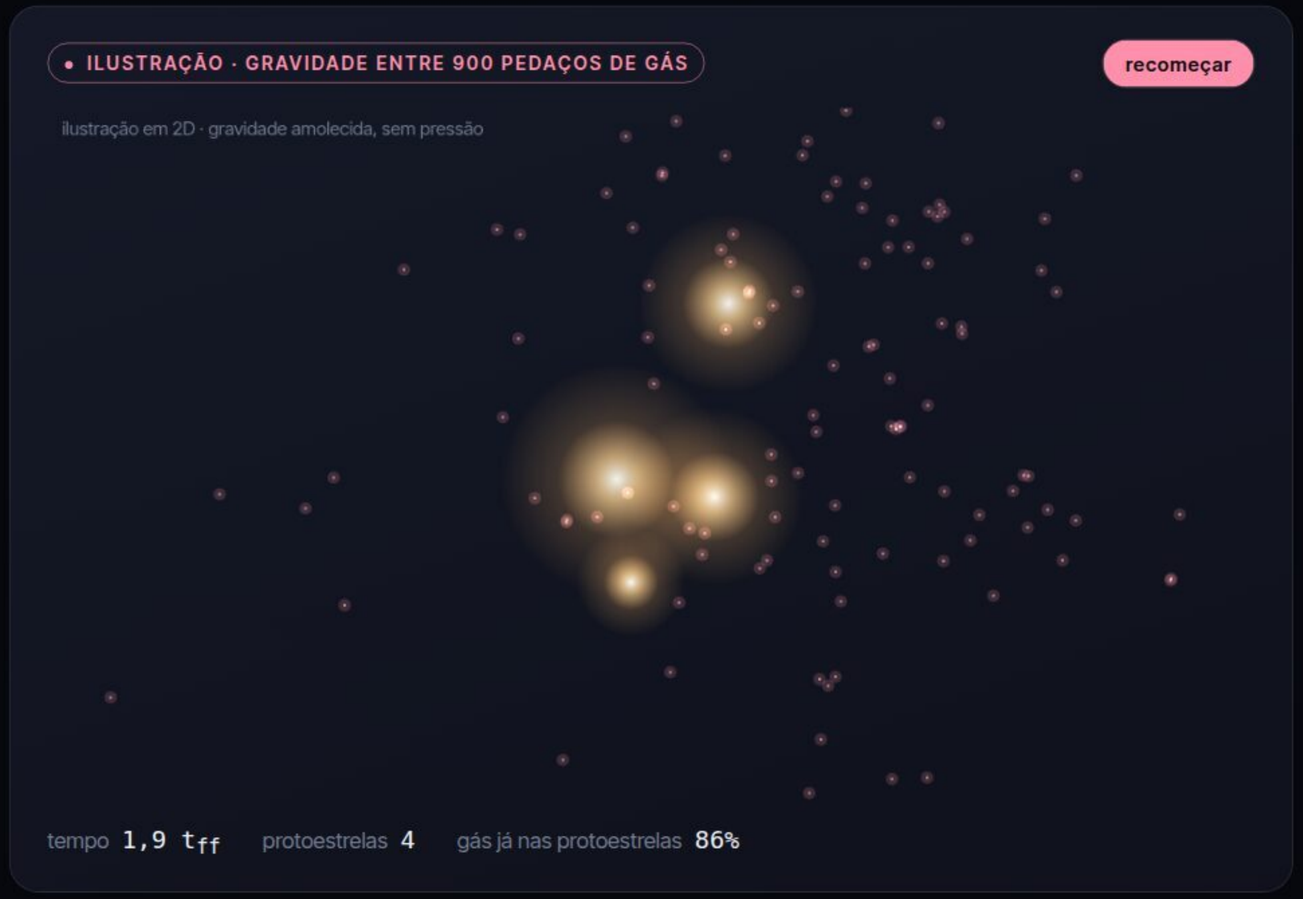
$$M_J \propto T^{5/2} \rho^{-1/2}$$

À medida que a nuvem colapsa e fica mais densa, a massa que consegue colapsar sozinha **diminui**: a nuvem se quebra em pedaços — e cada pedaço vira uma estrela. É por isso que estrelas nascem em grupos.



COLAPSO E FRAGMENTAÇÃO

Da nuvem às *protoestrelas*



A nuvem cai sobre si mesma. As regiões mais densas colapsam mais depressa — o tempo de queda livre vai com $\rho^{-1/2}$ — e o colapso **fragmenta** a nuvem em vários núcleos.

Cada fragmento gira cada vez mais rápido ao encolher, como a patinadora que fecha os braços: forma um **disco**, e no centro dele uma **protoestrela**.

Ilustração, não simulação: partículas com gravidade amolecida e um pouco de agitação térmica, num plano. O gás real tem pressão, turbulência, campo magnético e radiação — simulações completas em Krumholz, Klein & McKee, *ApJ* 656, 959 (2007).

A DIFERENÇA É A TEMPERATURA

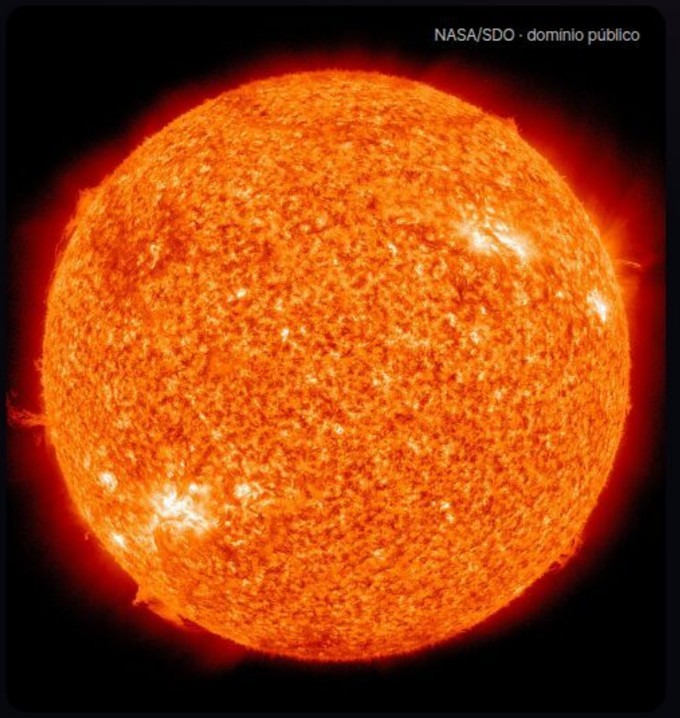
Qual a diferença entre uma nuvem *e uma estrela?*



Nuvem · 10 K · brilha em rádio e infravermelho



Protoestrela com disco · HL Tauri · ~1 milhão de anos



Estrela · o Sol · 5 772 K na superfície, 15 milhões K no centro

contração → aumento de temperatura → corpo negro → luz visível → **nasce uma estrela!**

Uma estrela é um corpo negro... *ou quase*

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

LEI DE PLANCK

$$\lambda_{máx} = \frac{2{,}898\ \text{mm·K}}{T}$$

WIEN

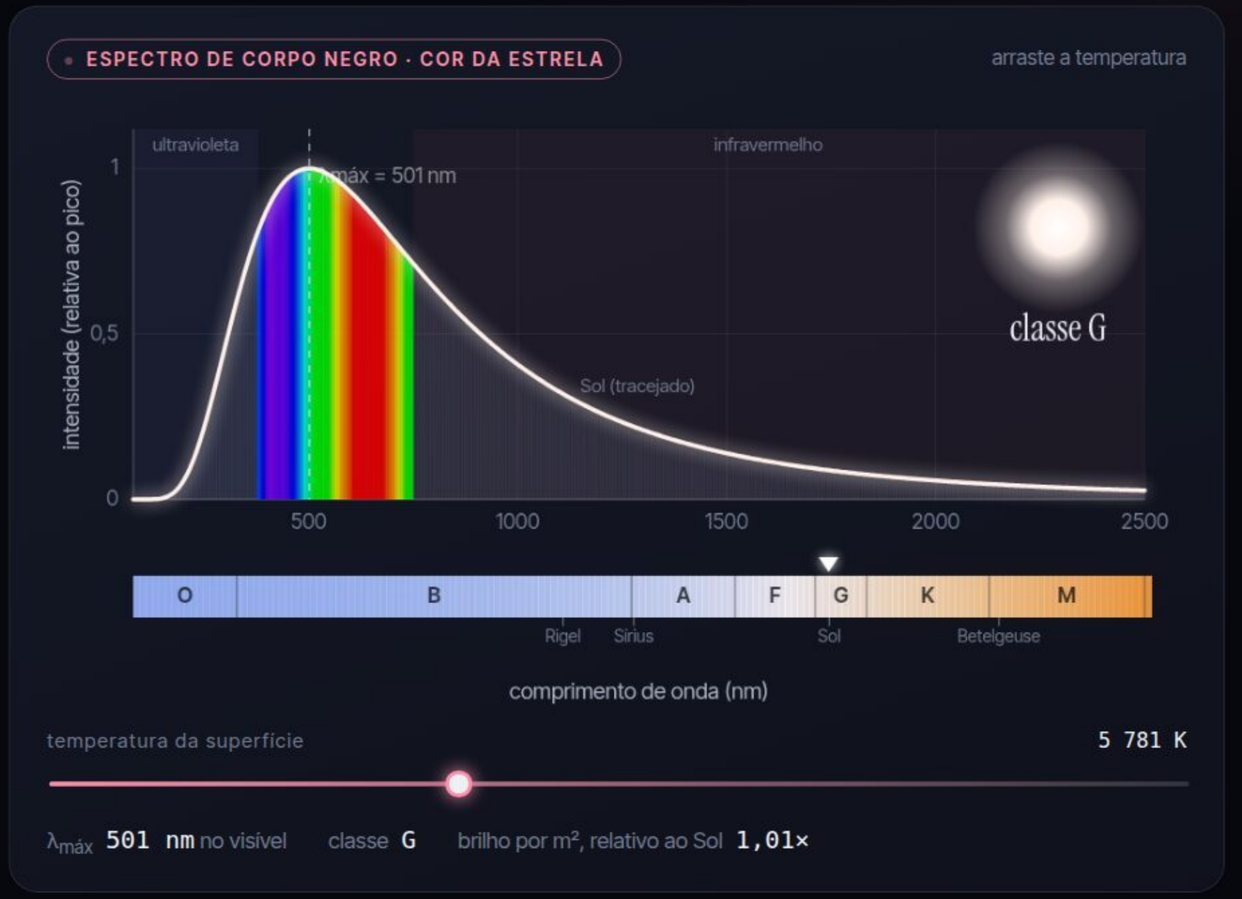
$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

STEFAN–BOLTZMANN

Mais quente, o pico vai para o azul e o brilho cresce muito: dobrar T multiplica a luminosidade por 16.

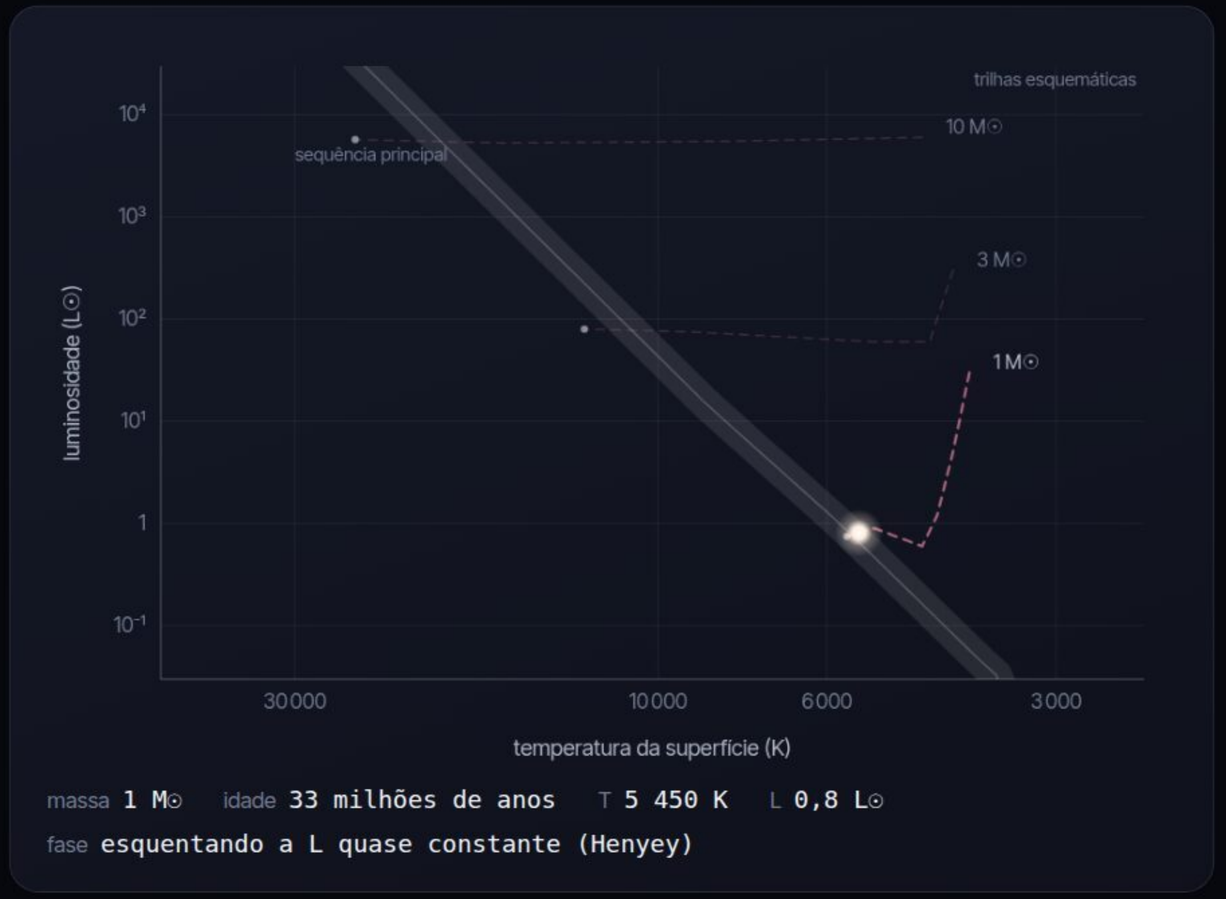
As classes espectrais **O B A F G K M** são uma escala de temperatura: de mais de 30 000 K (azuis) a menos de 3 700 K (vermelhas). O Sol é uma G2.

"Ou quase": o espectro real tem linhas de absorção dos elementos da atmosfera, e é por elas que sabemos do que as estrelas são feitas.



HAYASHI · HENYEY · 1961

Da protoestrela à *sequência principal*



massa 1 M⊙ idade 33 milhões de anos T 5 450 K L 0,8 L⊙

fase esquentando a L quase constante (Henyey)

- A protoestrela começa como uma concentração **invisível** de gás no fundo da nuvem.
- Contrai e esquenta, escondida num **casulo de poeira**: só aparece no infravermelho.
- Sopra o casulo e fica **visível**, ainda encolhendo: primeiro quase na vertical do diagrama (trilha de Hayashi), depois para a esquerda (trilha de Henyey).
- Quando o centro chega a ~10 milhões K, o hidrogênio começa a fundir: a estrela entra na **sequência principal** e para de encolher.

Trilhas esquemáticas, com pontos-chave aproximados dos modelos de Iben (1965). Quanto maior a massa, mais rápido: ~50 milhões de anos para 1 M⊙, ~1 milhão para 5 M⊙.

II

PARTE DOIS

A *vida*

Bilhões de anos de equilíbrio entre a gravidade, que esmaga, e a fusão nuclear, que empurra para fora.

fusão do hidrogênio · equilíbrio hidrostático · massa e tempo de vida · diagrama H–R · gigantes vermelhas



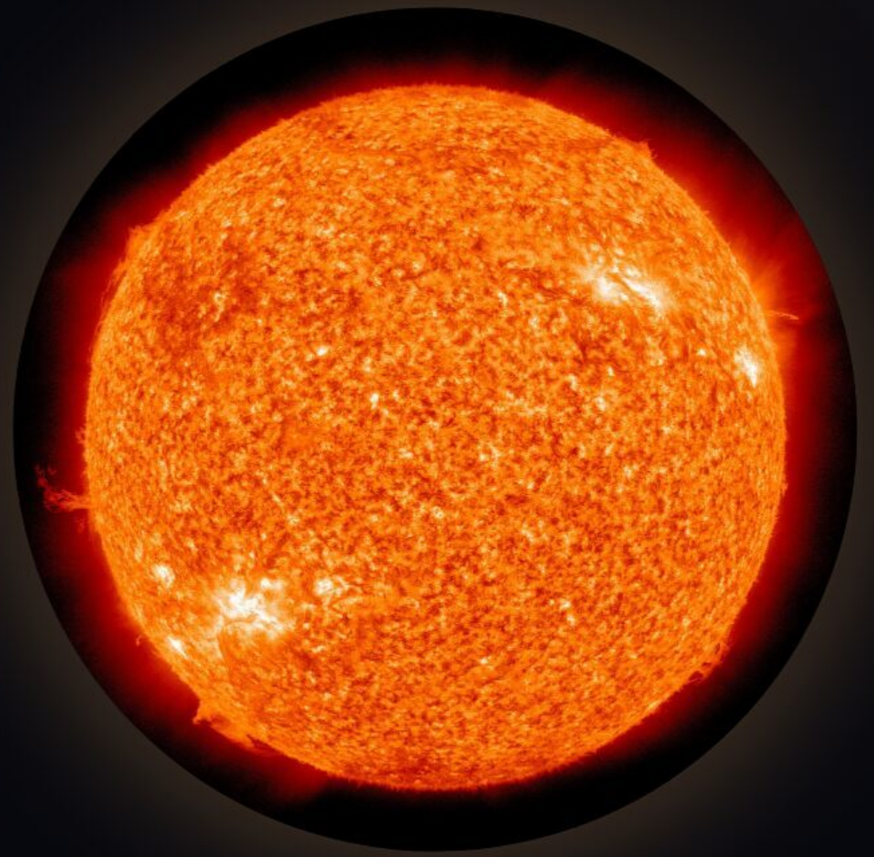
O Sol (SDO) · NASA/SDO · domínio público

COMO É A VIDA DE UMA ESTRELA?

Brilho, estabilidade... *e paz?*

Brilho.
Estabilidade.
~~Paz.~~

Paz, não. No centro de cada estrela, sem parar, acontece a reação de uma *bomba de hidrogênio*.



CADEIA PRÓTON–PRÓTON

O coração de uma estrela é *(literalmente)* uma bomba de hidrogênio



Ivy Mike, a primeira bomba de hidrogênio (1952): 10,4 megatons

$$^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}H + e^{+} + \nu_{e}$$

$$^{2}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{3}He + \gamma$$

$$^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + 2\,{}^{1}H$$

NO TOTAL: $4\ {}^{1}H \rightarrow {}^{4}HE + 2\ E^{+} + 2\ N_{E} + 26{,}7$ MEV

AS REAÇÕES NUCLEARES MANTÊM

- a temperatura — o brilho de corpo negro
- a pressão que impede o colapso gravitacional

A GRAVIDADE MANTÉM

- a estrela coesa — a bomba não se desfaz
- a radiação presa: um fóton leva ~100 mil anos para sair do Sol

610 mi t/s

de hidrogênio viram hélio

4,3 mi t/s

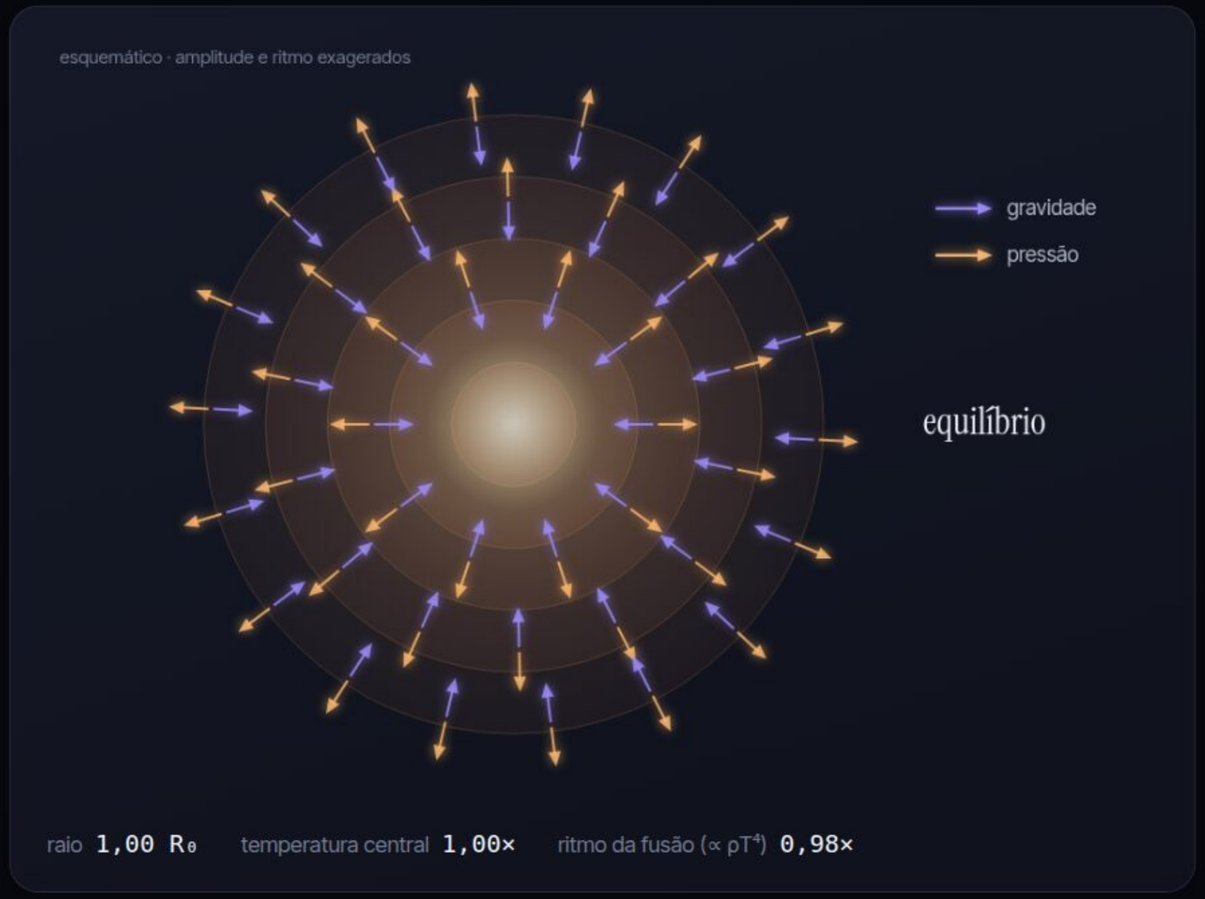
de massa viram luz ($E = mc^2$)

9×10^9

Ivy Mikes por segundo

EQUILÍBRIO HIDROSTÁTICO

Um equilíbrio *violento*



$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\,m(r)\,\rho(r)}{r^2}$$

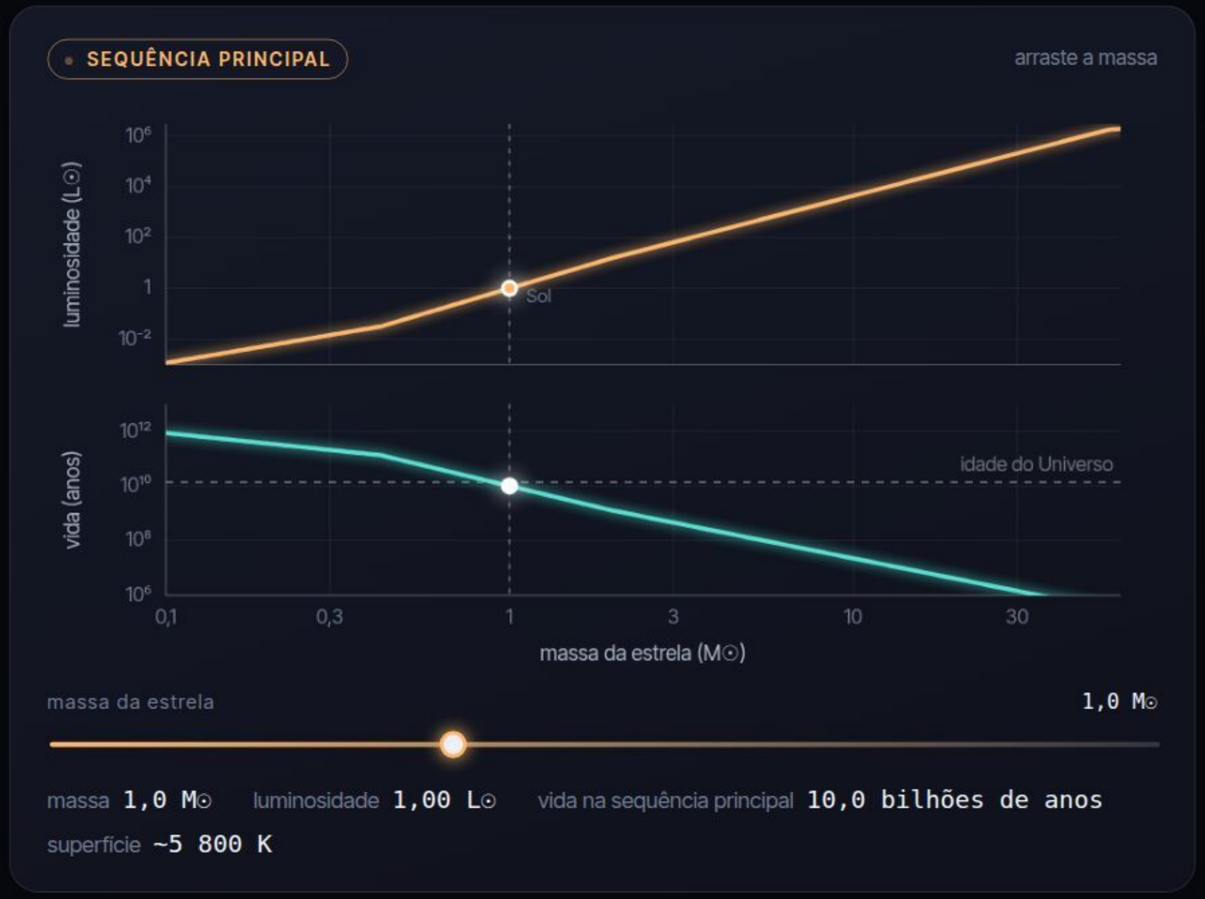
EM CADA CAMADA: PRESSÃO CONTRA PESO

Em cada camada, o peso de tudo que está acima é sustentado pela diferença de pressão. Se a estrela encolhe, o centro esquenta, a fusão acelera e a pressão empurra de volta; se ela incha, esfria e a fusão desacelera. **Um termostato.**

CENTRO DO SOL	VALOR
temperatura	15,7 milhões K
densidade	150 g/cm³
pressão	2,5×10¹⁶ Pa

Sem a pressão, o Sol colapsaria em ~30 minutos — o tempo de queda livre na sua densidade média.

Mais massa, *vida mais curta*



$$L \propto M^{3,5}$$

RELAÇÃO MASSA–LUMINOSIDADE (2 A 55 M⊙)

$$t \approx 10^{10}\ \text{anos} \cdot \frac{M/\text{M}\odot}{L/\text{L}\odot} \propto M^{-2,5}$$

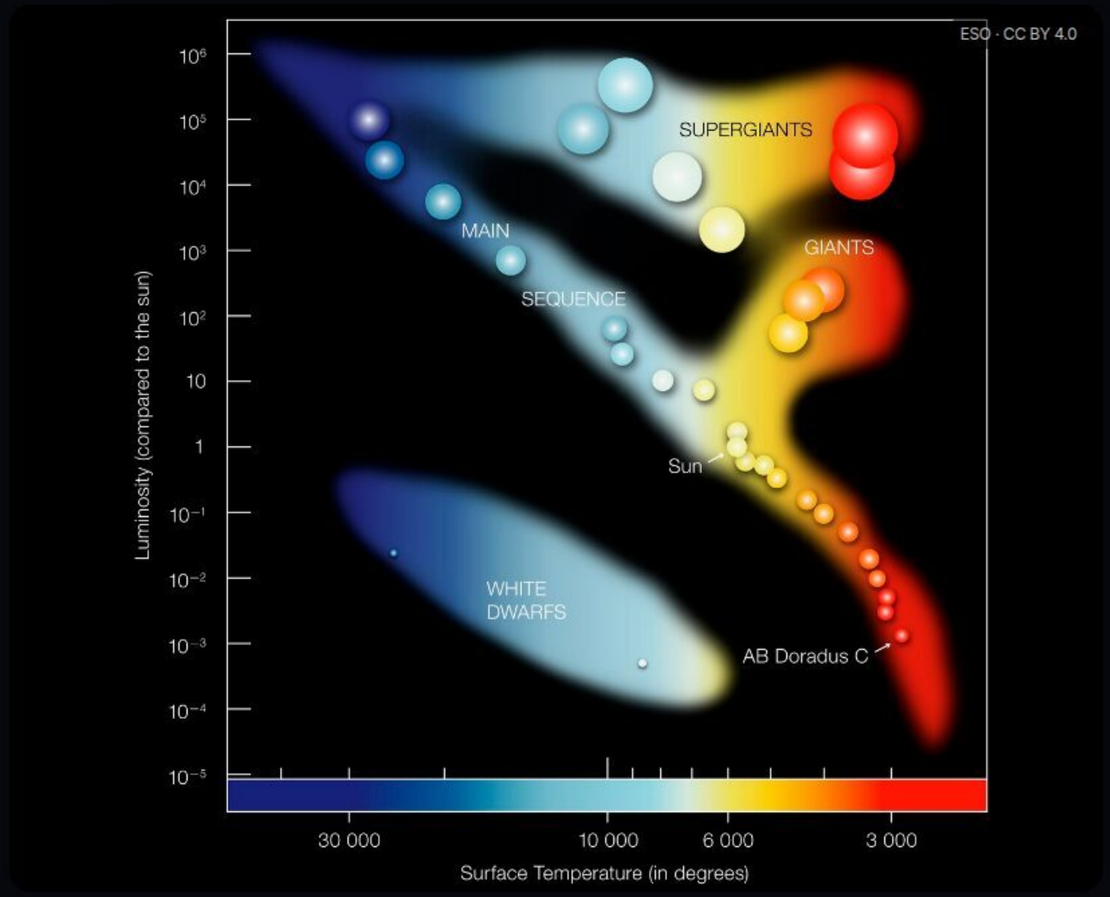
COMBUSTÍVEL ÷ RITMO DE QUEIMA

Uma estrela de 10 M⊙ tem dez vezes mais combustível, mas brilha milhares de vezes mais: vive **~30 milhões de anos**. O Sol, ~10 bilhões. Uma anã vermelha de 0,2 M⊙, trilhões — mais que a idade do Universo.

Toda estrela de baixa massa que já nasceu ainda está viva.

HERTZSPRUNG · 1911 · RUSSELL · 1913

O diagrama *H–R*



Temperatura (ou cor) no eixo horizontal, crescendo para a **esquerda**; luminosidade no vertical.

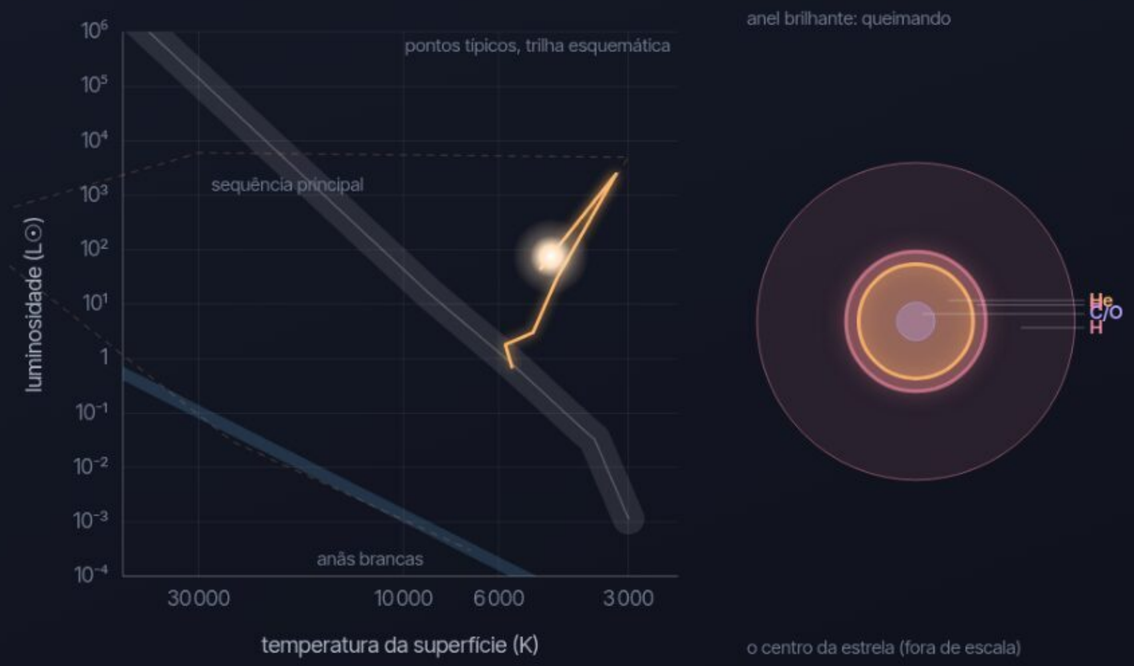
- **Sequência principal**: a diagonal, onde as estrelas passam 90% da vida queimando hidrogênio no centro.
- **Gigantes e supergigantes**: frias e enormes, no alto à direita.
- **Anãs brancas**: quentes e pequenas, embaixo à esquerda.

Quando a estrela esgota o hidrogênio do centro, sobra pouca energia para sustentar o peso das camadas de cima — **90% da estrela**.

Três coisas *ao mesmo tempo*

• EVOLUÇÃO NO DIAGRAMA H–R · ESQUEMÁTICA

1 M⊙ · o Sol | 15 M⊙



fase ramo horizontal: He → C, O no centro duração ~100 milhões de anos T 4 500 K

L 75 L⊙ R 14 R⊙

1 · A GRAVIDADE COMEÇA A VENCER

O núcleo de hélio contrai, e a contração volta a queimar hidrogênio numa **casca** em volta dele.

2 · O NÚCLEO ESQUENTA

Até acender outra reação: $^{4}He \rightarrow {}^{12}C$ (triplo-alfa, a 100 milhões K); nas estrelas massivas, $^{12}C \rightarrow {}^{16}O \rightarrow \ldots \rightarrow {}^{56}Fe$, em cascas como as de uma cebola.

3 · AS CAMADAS DE FORA INCHAM

A energia empurra o envelope: a estrela cresce e esfria — **gigante vermelha**. Acima de ~8 M⊙, **supergigante vermelha**.

E QUANDO O FOGO ACABA?

Dois caminhos, *três destinos*



Nuvem molecular

10 K · milhões de M☉

M ≲ 8 M☉



Estrela como o Sol

bilhões de anos

→



Gigante vermelha

~100 R☉

→



Nebulosa planetária

o envelope vai embora

→



Anã branca

do tamanho da Terra

M ≳ 8 M☉



Estrela massiva

milhões de anos

→



Supergigante vermelha

~1 000 R☉ · Betelgeuse

→



Supernova

colapso do núcleo

→



Estrela de nêutrons ou buraco negro

acima de ~20–25 M☉: buraco negro

Quando o combustível *acaba*

Sem reações nucleares, acaba a pressão que elas mantinham: a gravidade vence e a matéria da estrela entra em *queda livre*.

QUANTO TEMPO LEVA?

$$t_{ff} = \frac{3\pi}{32\, G\, \rho}^{1/2}$$

Para a densidade média do Sol, ~30 minutos. Para o núcleo de ferro de uma estrela massiva, ~0,1 s.

Para certas estrelas ainda existe uma salvação: a *pressão de degenerescência*.

III

PARTE TRÊS

Estrelas *degeneradas*

Quando a fusão para, quem segura a estrela não é mais o calor: é a mecânica quântica.

anãs brancas · Heisenberg · Pauli · pressão de degenerescência · limite de Chandrasekhar · o colapso do núcleo



Nebulosa do Anel (M57) · ESA/Webb, NASA, CSA, M. Barlow et al. · CC BY 4.0

Do tamanho da Terra, ou *de uma cidade*

ANÃS BRANCAS



Sírius B · R ≈ 5 600 km Terra · R = 6 371 km

$R \approx R_\oplus$ · $M \approx M_\odot$ · $\rho \approx 10^6$ g/cm³

Uma colher de chá pesa ~5 toneladas. Sustentada por **elétrons degenerados**.

ESTRELAS DE NÊUTRONS



$R \approx 12$ km · $M \approx 1{,}4$–$2\ M_\odot$ · $\rho \approx 10^{14}$–10^{15} g/cm³

Uma colher de chá pesa ~500 milhões de toneladas. Sustentada por **nêutrons degenerados** e pela força nuclear.

MECÂNICA QUÂNTICA · 1925 – 1927

Heisenberg e Pauli *ao resgate*



Werner Heisenberg
1901 – 1976



Wolfgang Pauli
1900 – 1958

PRINCÍPIO DA INCERTEZA · 1927

$$\Delta p \, \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

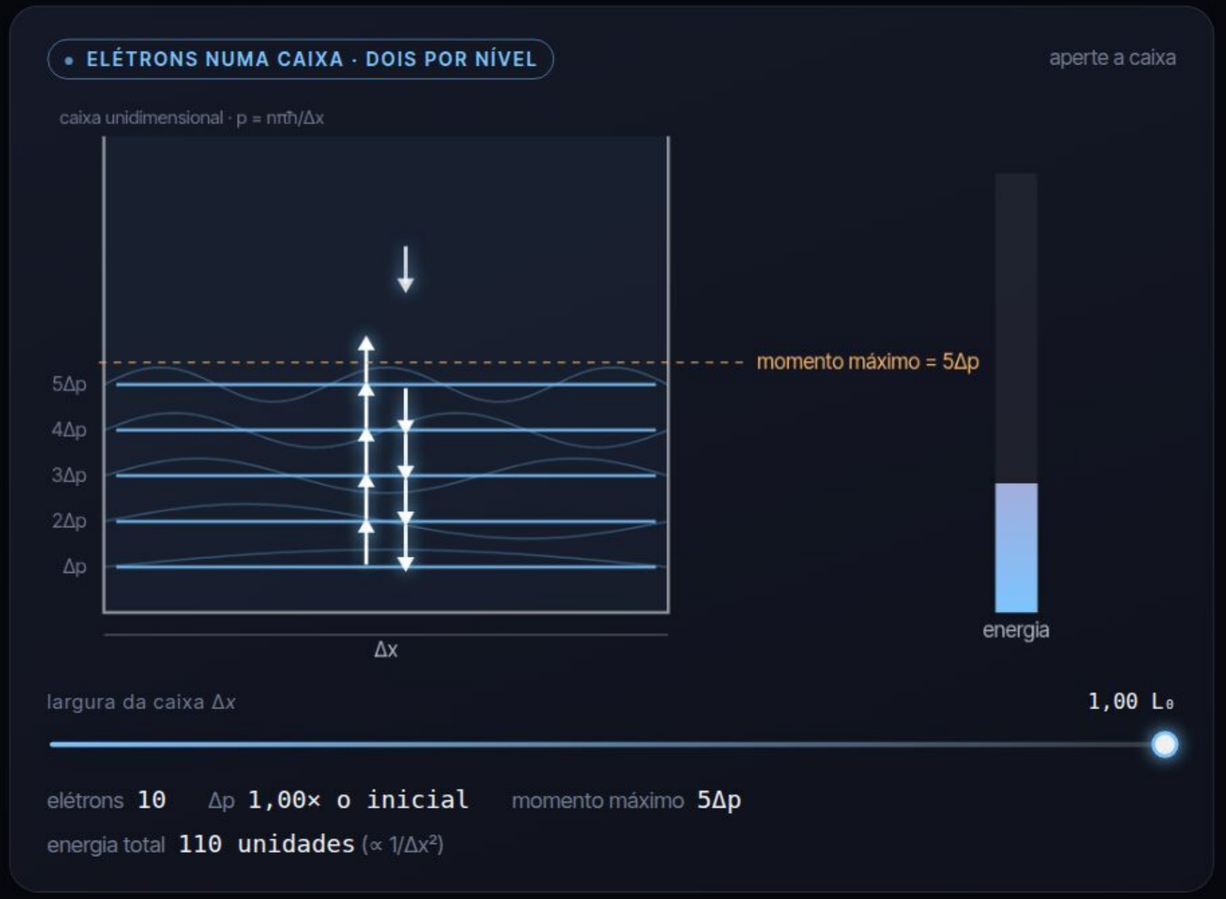
Confinar uma partícula numa região pequena obriga o momento dela a ser grande.

PRINCÍPIO DE EXCLUSÃO · 1925

Dois férmions idênticos — elétrons, prótons, nêutrons — **não ocupam o mesmo estado quântico**.

Juntos: espremer férmions custa energia, **mesmo a temperatura zero**.

Por que férmions *empurram de volta*



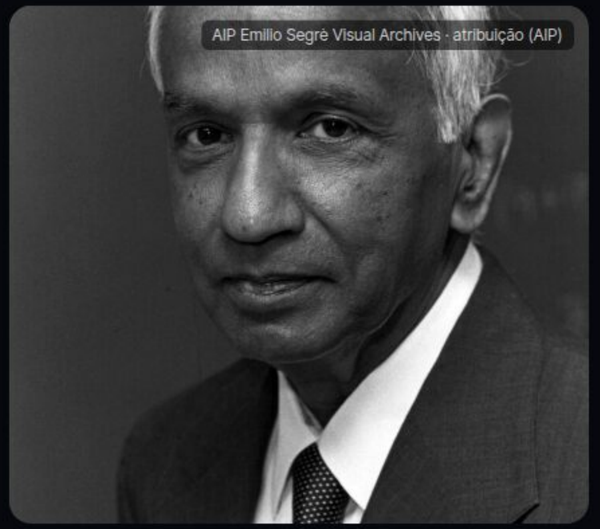
Cada nível de energia comporta **dois** elétrons: um com spin para cima, outro para baixo. Os seguintes são obrigados a subir.

Numa caixa de largura Δx, os níveis ficam separados por $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Com N elétrons, o último tem momento $N/2 \cdot \Delta p$: se $N_e = 6$, o momento máximo é $\mathbf{3\Delta p}$.

Apertar a caixa afasta os níveis: os elétrons ganham momento sem precisar de calor. Essa é a **pressão de degenerescência**.

CHANDRASEKHAR · 1930 · NOBEL DE 1983

A massa máxima *das anãs brancas*



S. Chandrasekhar

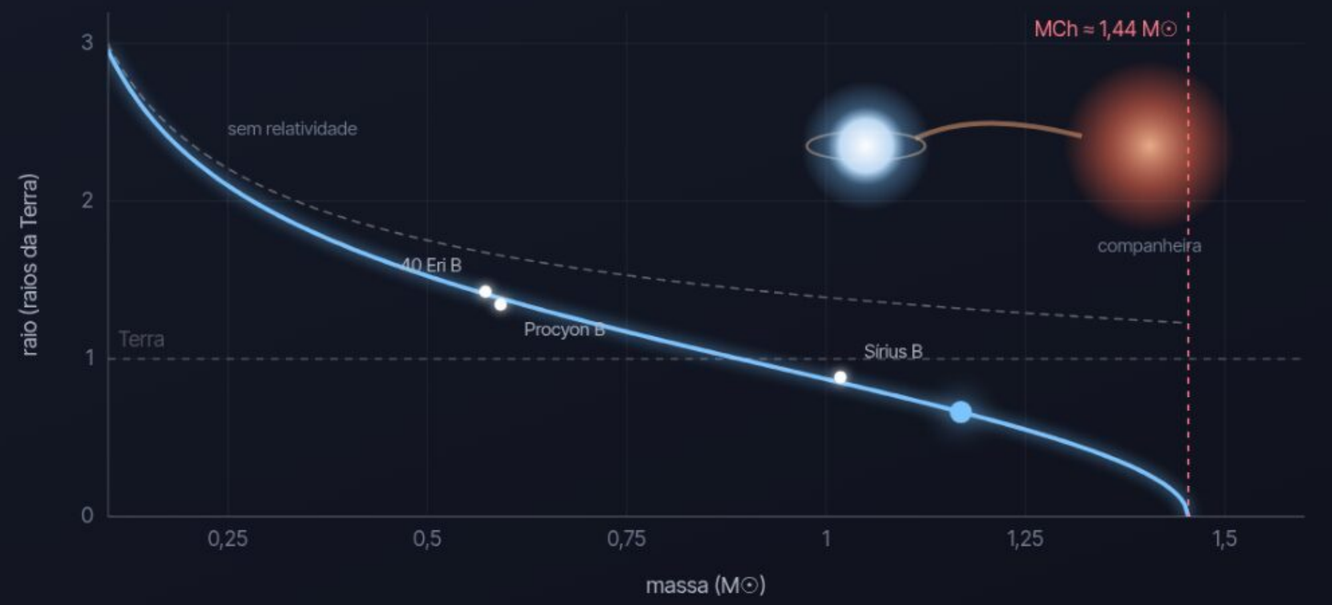
1910 – 1995

$$M_{Ch} = 3{,}10\,\frac{(\hbar c/G)^{3/2}}{(\mu_e\, m_H)^2} \approx 1{,}44\,M\odot$$

M_E = 2 · CARBONO E OXIGÊNIO

RELAÇÃO MASSA–RAIO DAS ANÃS BRANCAS

a anã branca recebe massa de uma companheira



massa 1,169 M⊙ raio 4 225 km densidade média $7{,}4\times10^6$ g/cm³ fração de M_{Ch} 80%

Curva: aproximação de Nauenberg (1972) para um gás de elétrons de relatividade arbitrária. Pontos: Sírius B, Procyon B e 40 Eridani B. Quanto mais massa, **menor** a anã branca — e em M_{Ch} o raio vai a zero.

Colapso! *Próxima parada: estrelas de nêutrons*



colapso do núcleo · supernova · remanescente · pulsar + nebulosa

No fim de uma estrela massiva, o núcleo de ferro passa de 1,4 M☉ e os elétrons não seguram mais. Em menos de um segundo ele cai de ~3 000 km para ~30 km, os elétrons são capturados pelos prótons e viram nêutrons — e o resto da estrela é lançado numa supernova. No centro fica uma estrela de nêutrons.

Animação artística · NASA's Goddard Space Flight Center Conceptual Image Lab (animação: Jonathan North) · SVS 20413 · domínio público. Uma anã branca que passa do limite acretando matéria também explode — supernova do tipo Ia — mas não deixa resto.

IV

PARTE QUATRO

Estrelas de *nêutrons*

Mais de uma massa solar numa esfera de 12 km, girando até centenas de vezes por segundo, com os campos magnéticos mais fortes do Universo.

pulsares · 1967 | magnetares | a luz que faz curva | densidade nuclear | SGR J1745−2900



Nebulosa do Caranguejo · NASA, ESA, J. Hester and A. Loll · domínio público

SUPERNOVA DE 1054 · 6 500 ANOS-LUZ

A Nebulosa *do Caranguejo*



1054

registrada por astrônomos chineses: visível de dia por 23 dias

33 ms

período do pulsar no centro: 30 voltas por segundo

4×10^{38} erg/s

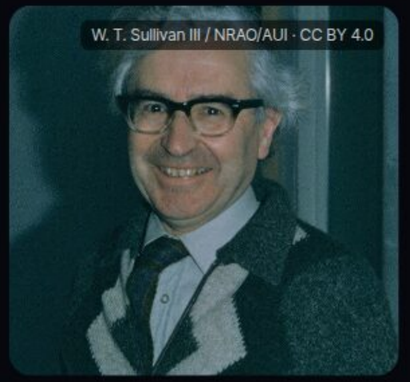
perdidos pela rotação, que se desacelera — é isso que ilumina a nebulosa inteira

CAMBRIDGE · 28 DE NOVEMBRO DE 1967

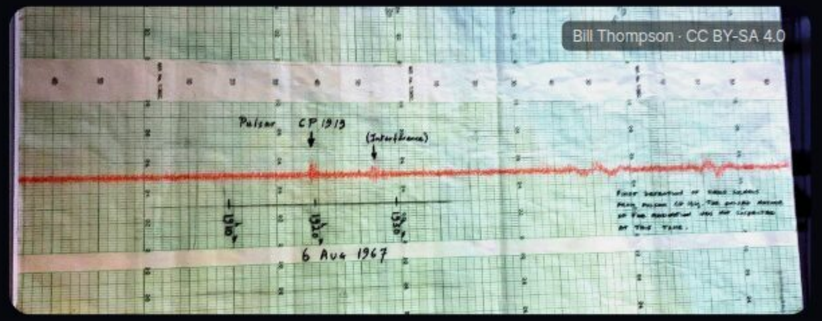
O primeiro pulsar: *"LGM-1"*



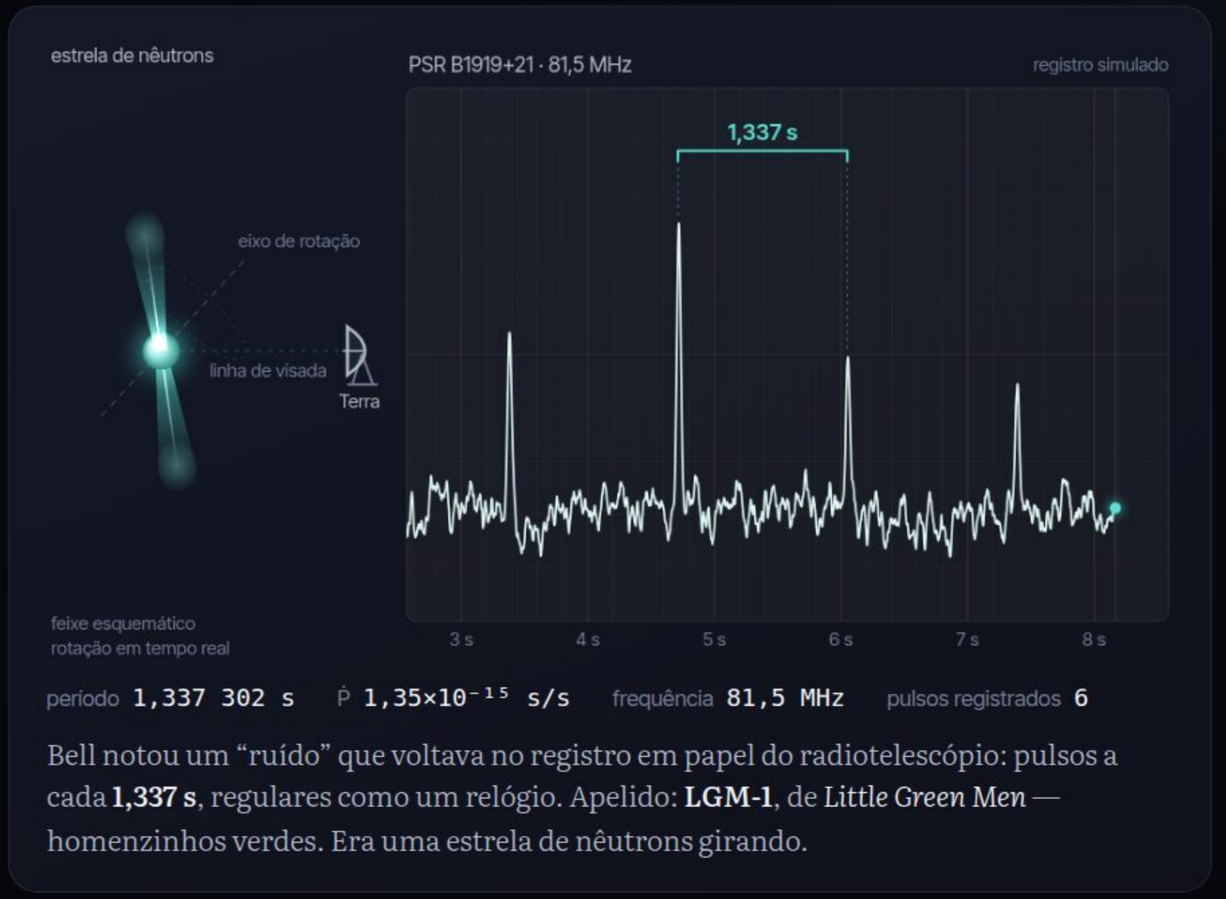
Jocelyn Bell
em 1967, doutoranda



Antony Hewish
orientador · Nobel de 1974



O registro original, de agosto de 1967: a "sujeira" marcada a lápis como CP 1919.



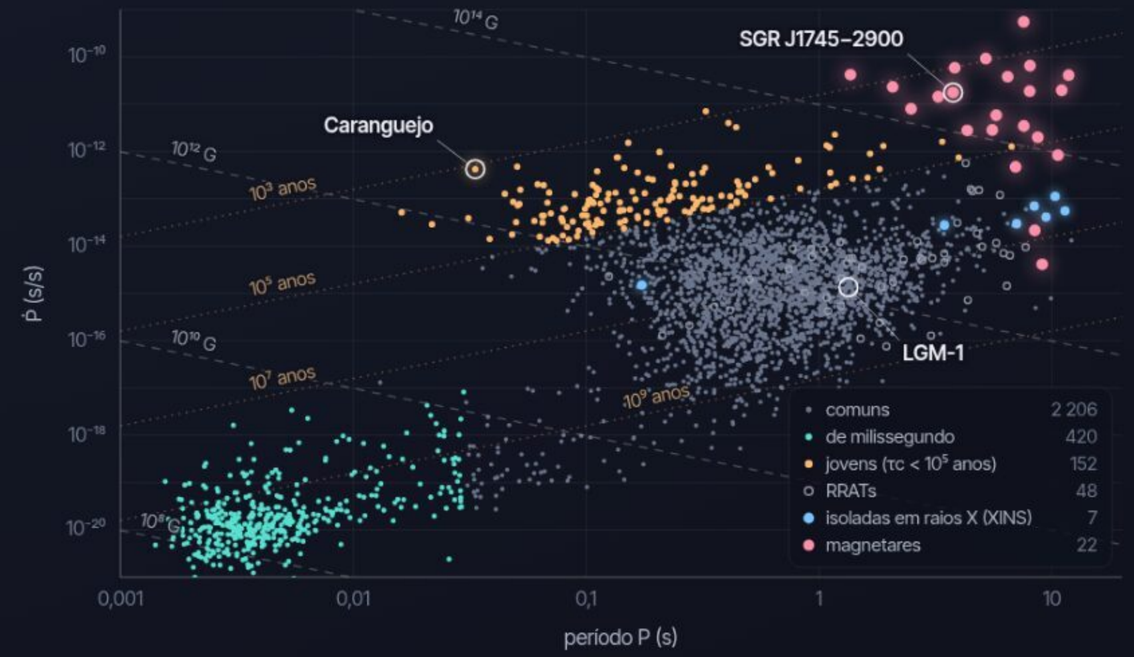
período `1,337 302 s` Ṗ `1,35×10⁻¹⁵ s/s` frequência `81,5 MHz` pulsos registrados `6`

Bell notou um "ruído" que voltava no registro em papel do radiotelescópio: pulsos a cada **1,337 s**, regulares como um relógio. Apelido: **LGM-1**, de *Little Green Men* — homenzinhos verdes. Era uma estrela de nêutrons girando.

O que se mede, *e o que se deduz*

• CATÁLOGO ATNF · 2 855 PULSARES COM Ṗ MEDIDO

passe o mouse sobre os pontos



comuns **2 206** milissegundo **420** jovens **152** RRATs **48** magnetares **22** XINS **7**

OBSERVÁVEL	EXPRESSÃO
período	P
idade característica	$t_c = P/2\dot{P}$
campo magnético	$B = (3Ic^3P\dot{P}/8\pi^2R^6)^{1/2}$
energia de rotação perdida	$\dot{E}_{rot} = -4\pi^2I\dot{P}/P^3$

ESTRELA DE NÊUTRONS CANÔNICA

$M = 1{,}4\ M\odot \cdot R = 10\ km \cdot I = 10^{45}\ g\ cm^2$

$B = 3{,}2\times10^{19}\ (P\dot{P})^{1/2}\ G$

$|\dot{E}_{rot}| = 3{,}9\times10^{46}\ \dot{P}/P^3\ erg/s$

Só se mede P e $\dot{P}$. O resto vem de supor um dipolo magnético girando — as retas do diagrama.

SGRS E AXPS

Os *magnetares*

	PULSARES COMUNS	SGRS / AXPS
P	10^{-3} – 10 s	2 – 12 s
$\dot{P}$	~10^{-15} s/s	10^{-13} – 10^{-10} s/s
L_X	~10^{30}–10^{33} erg/s	10^{32} – 10^{36} erg/s
t_c	> 10^{6} anos	~10^{3} – 10^{4} anos

SGR: *Soft Gamma Repeaters*. **AXP**: *Anomalous X-ray Pulsars*. Duas classes que se revelaram uma só: no catálogo ATNF, **25** magnetares têm período medido.

- **Lentos**: $P \approx 2$–12 s, para uma estrela de nêutrons canônica (1,4 $M_\odot$, 10 km, 10^{45} g cm^2).
- **Brilham demais** em raios X: $L_X > \dot{E}_{rot}$. A rotação não paga a conta.
- Quem paga, no modelo padrão: **campos magnéticos gigantes**, $B > 10^{14}$ G — acima do campo crítico quântico, $4{,}4\times10^{13}$ G.

27 DE DEZEMBRO DE 2004 · SGR 1806–20

Um flare gigante liberou ~10^{46} erg em 0,2 s — mais do que o Sol emite em 100 mil anos. No pico, ~7×10^{46} erg/s: **uns 20 trilhões de sóis**. Perturbou a ionosfera da Terra, a ~28 mil anos-luz.

Um magnetar, *girando*

SGR J1745−2900



linhas de um dipolo inclinado · rotação em tempo real

surtos ilustrativos

P 3,76 s B ≈ 2,6×10¹⁴ G idade característica ≈ 3 400 anos $\dot{E}_{rot}$ ≈ 1,3×10³⁴ erg/s

surtos vistos 1

EVENTO	ENERGIA
surtos curtos (~0,1 s)	10^{39} – 10^{41} erg
outbursts (meses)	10^{41} – 10^{43} erg
flares gigantes	10^{44} – 10^{46} erg

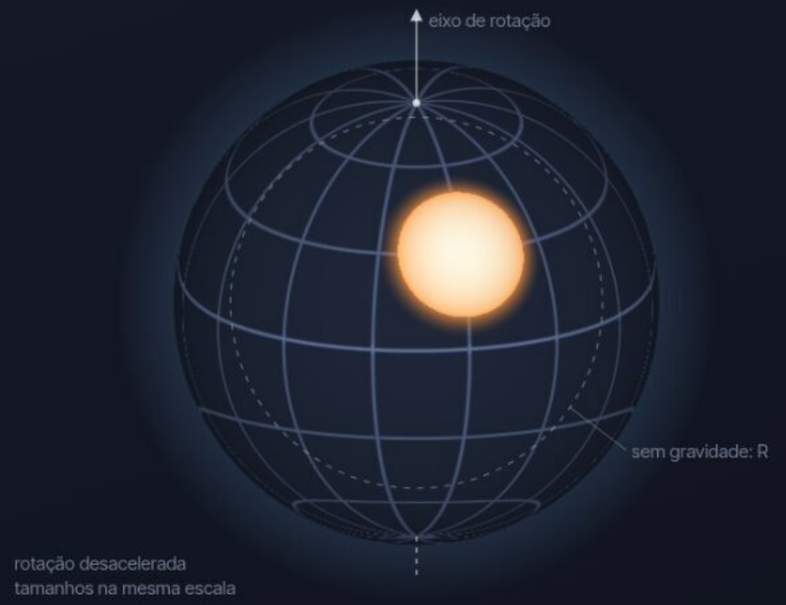
As linhas de campo, ancoradas na crosta, se torcem com o tempo. Quando a crosta não aguenta a tensão, ela racha — um **estrelamoto** — e a energia magnética sai de uma vez.

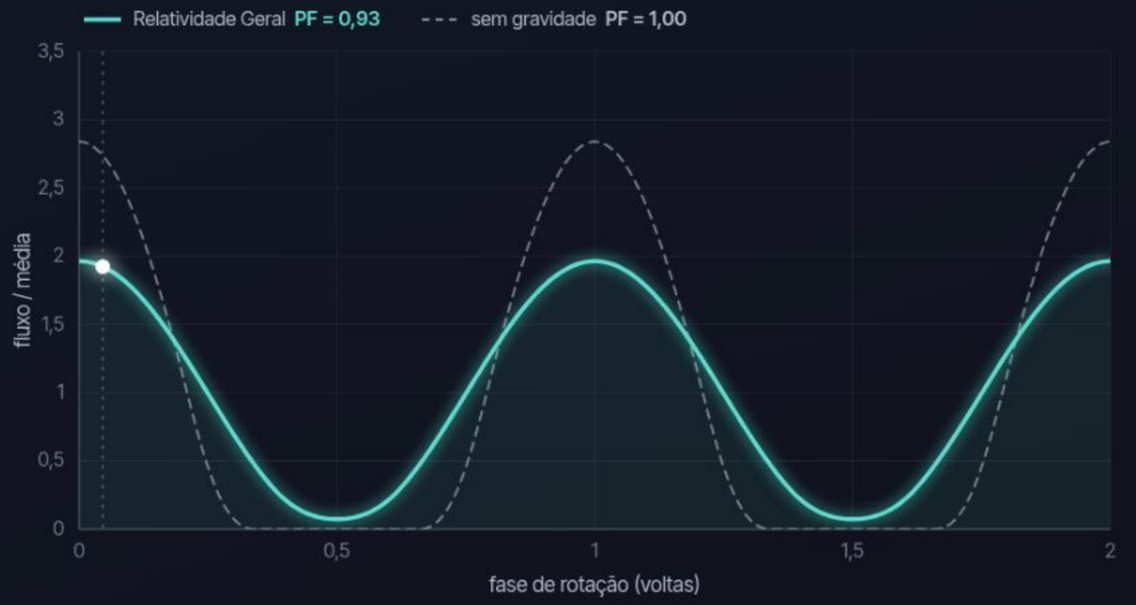
Flares gigantes na Galáxia e nas Nuvens de Magalhães: 1979, 1998 e 2004.

A luz faz curva: *85% da superfície à vista*

ESTRELA DE NÊUTRONS DE 1,4 M⊙ E 10 KM · R/R_S = 2,4

sem gravidade | Relatividade Geral





eixo da mancha ↔ rotação, *i* 60°

linha de visada ↔ rotação, *j* 75°

raio angular da mancha 20°

PF (RG) 0,93 PF (sem gravidade) 1,00 superfície à vista 85% limbo ψ = 134,8° (α = 90°) mancha sempre à vista

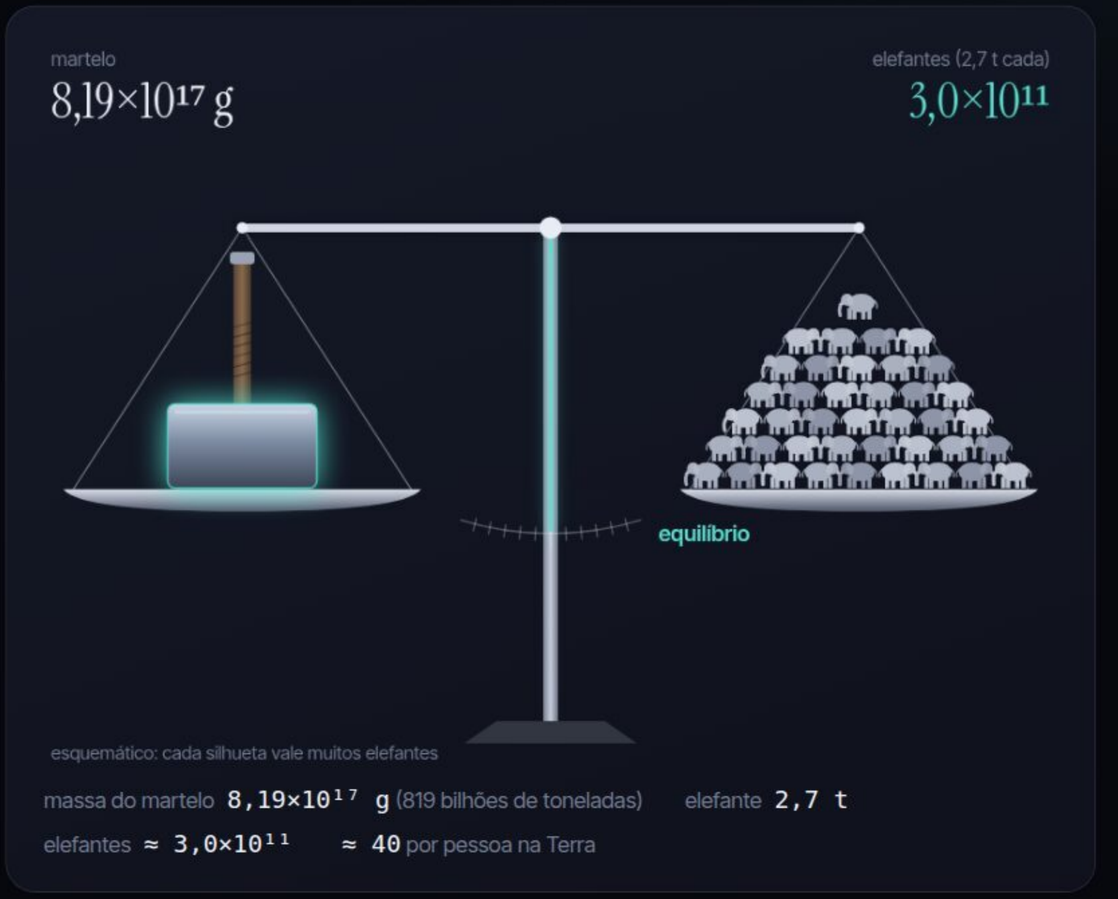
Forjado no núcleo de *uma estrela de nêutrons*

> *"Thor, filho de Odin, meu herdeiro, meu primogênito. Desde muito cedo lhe foi confiado o poderoso martelo Mjölnir, forjado no coração de uma estrela moribunda."*
>
> Odin, em *Thor* (Marvel Studios, 2011)

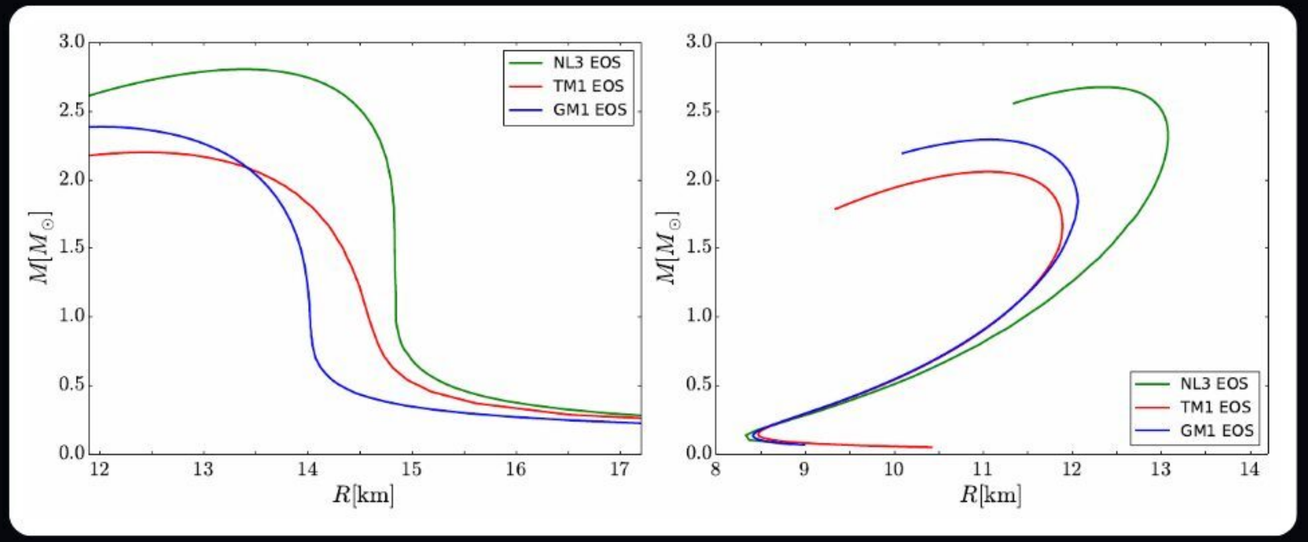
E se fosse forjado no núcleo de uma **estrela de nêutrons**, $\rho = 10^{14}\ \mathrm{g/cm^3}$? Cabeça de 17,5 × 26 × 18 cm:

$$M = \rho V = 10^{14}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}} \times 8\,190\ \mathrm{cm^3} = 8{,}19\times10^{17}\ \mathrm{g}$$

$$N_{\mathrm{elefantes}} = \frac{8{,}19\times10^{17}\ \mathrm{g}}{2{,}7\times10^{6}\ \mathrm{g}} \approx \mathbf{300\ bilhões}$$



Massa e raio *com física nuclear de verdade*



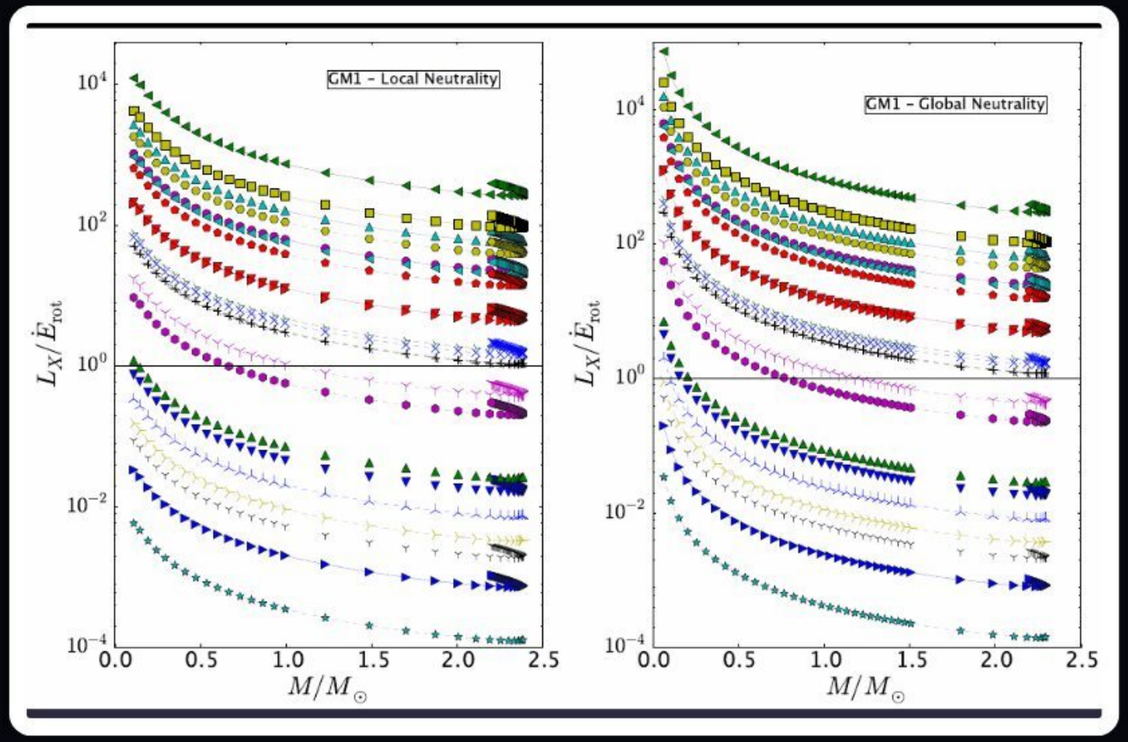
Relação massa–raio para as equações de estado **NL3**, **TM1** e **GM1**, com neutralidade de carga local (esquerda) e global (direita).

Uma estrela de nêutrons não é uma bola de nêutrons livres: a pressão vem da **força nuclear**, descrita por modelos relativísticos de campo médio.

- Cada equação de estado dá uma curva M(R) — e uma massa máxima, entre ~2 e 2,8 M⊙.
- Com essas curvas, M, R e o momento de inércia I deixam de ser os valores canônicos e passam a ser calculados.

Figuras desta seção: R. C. R. de Lima e colaboradores. Coelho, Cáceres, de Lima, Malheiro, Rueda & Ruffini, *A&A* 599, A87 (2017).

Magnetares *movidos a rotação?*



$L_X/\dot{E}_{rot}$ contra a massa, para os SGRs e AXPs conhecidos, com a equação de estado GM1 (neutralidade local e global).

Com I(M) e R(M) realistas, $\dot{E}_{rot}$ muda. Se $L_X/\dot{E}_{rot} < 1$, a rotação basta: **não é preciso campo gigante**.

CONCLUSÃO: 9 (+3?) MOVIDOS A ROTAÇÃO

$L_X/\dot{E}_{rot} < 1$: Swift J1834.9–0846, PSR J1846–0258, 1E 1547.0–5408, **SGR J1745–2900**, XTE J1810–197, PSR J1622–4950, SGR 1627–41, SGR 0501+4516, CXOU J171405.7–381031.

$L_X/\dot{E}_{rot} \sim 1$: SGR 1900+14, SGR 0418+5729, Swift J1822.3–1606.

DESCOBERTO EM 25/04/2013 · A 0,1 PC DE SGR A*

SGR J1745−2900, *o magnetar do centro galáctico*

INÍCIO	FRAÇÃO PULSADA	kT_{BB} (KEV)	R_{BB} (KM)	L (10^{35} ERG/S)
12/05/2013	~0,38	0,88 ± 0,01	2,52 ± 0,09	4,9 ± 0,5
8 a 14/10/2016	~0,55	0,64 ± 0,03	0,78 ± 0,11	0,13 ± 0,02

Chandra, 0,3–8 keV. Coti Zelati et al., *MNRAS* 471, 1819 (2017): três anos e meio do decaimento do *outburst*.

$$\mathrm{PF} = \frac{F_{\mathrm{máx}} - F_{\mathrm{mín}}}{F_{\mathrm{máx}} + F_{\mathrm{mín}}}$$

3,76 s

período

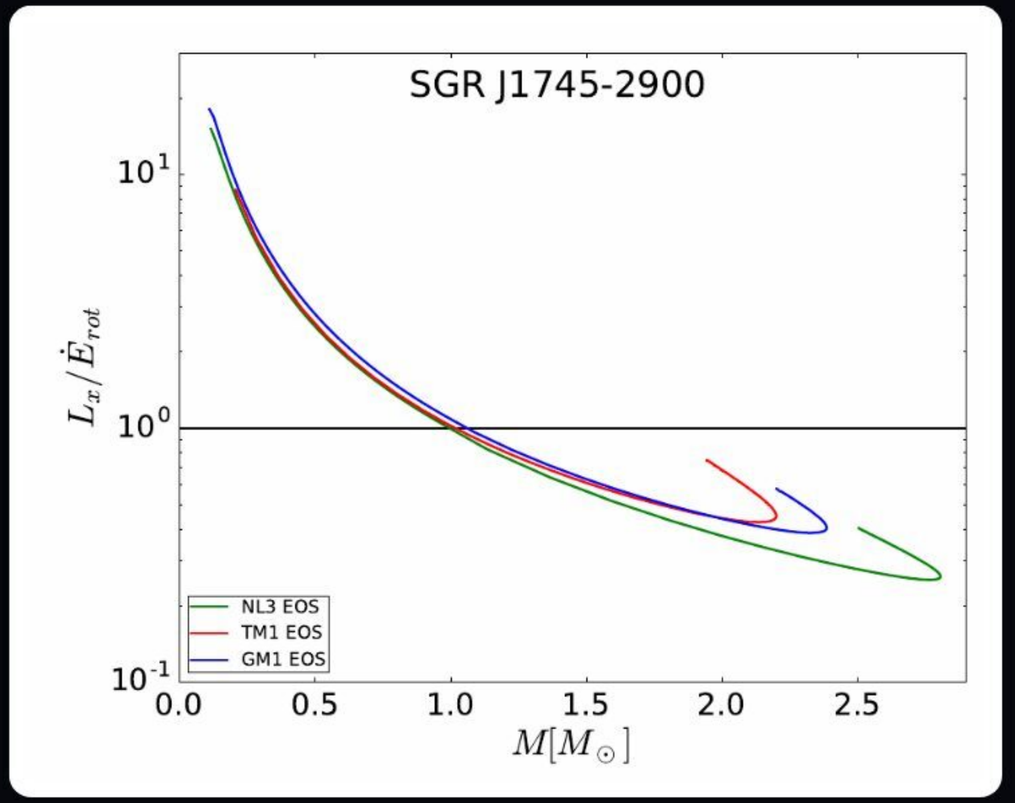
~5×10³⁵ erg/s

no surto de descoberta (Swift)

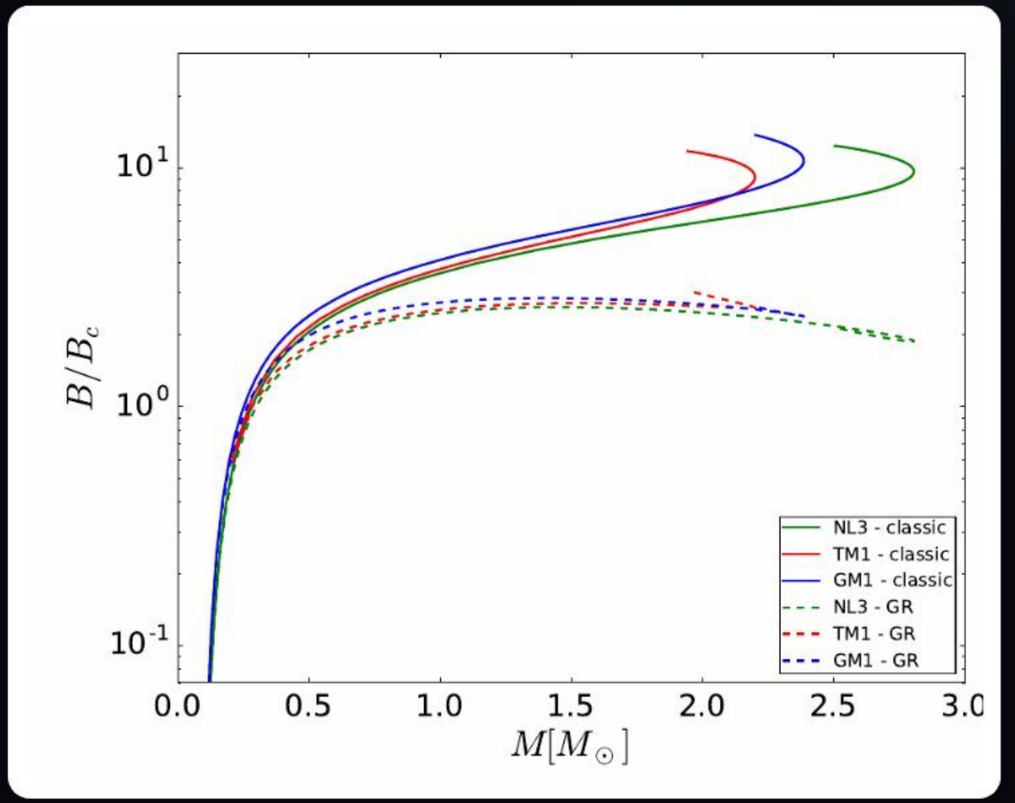
A mancha quente **encolheu** (de 2,5 para 0,8 km) e **esfriou**, e a fração pulsada **subiu**. Dá para explicar isso com uma estrela de nêutrons de verdade?

Versão publicada desta análise: de Lima, Coelho, Pereira, Rodrigues & Rueda, *ApJ* 889, 165 (2020).

Duas *verificações*



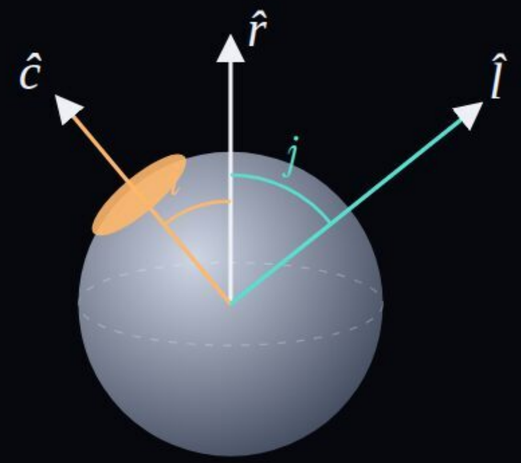
1ª · eficiência. $L_X/\dot{E}_{rot} < 1$ para $M > 1{,}0\ M_\odot$, nas três equações de estado: **movido a rotação**.



2ª · campo magnético na superfície, em unidades de $B_c = 4{,}41\times10^{13}$ G: cálculo clássico (cheio) e com Relatividade Geral (tracejado).

TUROLLA & NOBILI 2013 · BELOBORODOV 2002

Modelo de fluxo *pulsado*



r̂ eixo de rotação · ĉ eixo da calota que emite · Î linha de visada

$i = \arccos(\hat{r}\cdot\hat{c})$ · $j = \arccos(\hat{r}\cdot\hat{I})$

- Manchas circulares de tamanho arbitrário, em qualquer lugar da superfície (Turolla & Nobili 2013).
- M e R vêm das equações de estado (GM1, TM1, NL3).
- Exterior de Schwarzschild: a rotação é lenta (P ≈ 2–10 s) e seus efeitos na métrica são desprezados.



$$1 - \cos\alpha = (1 - \cos\theta)\,(1 - R_s/R)$$

APROXIMAÇÃO DE BELOBORODOV (2002)

$$F_\nu = (1 - R_s/R)^2\, B_\nu(T)\, A_{ef},\quad A_{ef} = R^2\left[\frac{R_s}{R}\, I_s + \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) I_p\right]$$

FLUXO DE UMA MANCHA DE CORPO NEGRO · ÁREA EFETIVA

O que o código *calcula*

SAÍDA PRINCIPAL

- mapa de frações pulsadas no plano (i, j);
- curva de luz: fluxo normalizado pela fase de rotação.

CÁLCULOS PERIFÉRICOS

- abertura angular da calota polar (cilindro de luz);
- ângulo de Beloborodov e área visível da estrela;
- fração pulsada máxima possível.

VALIDADE

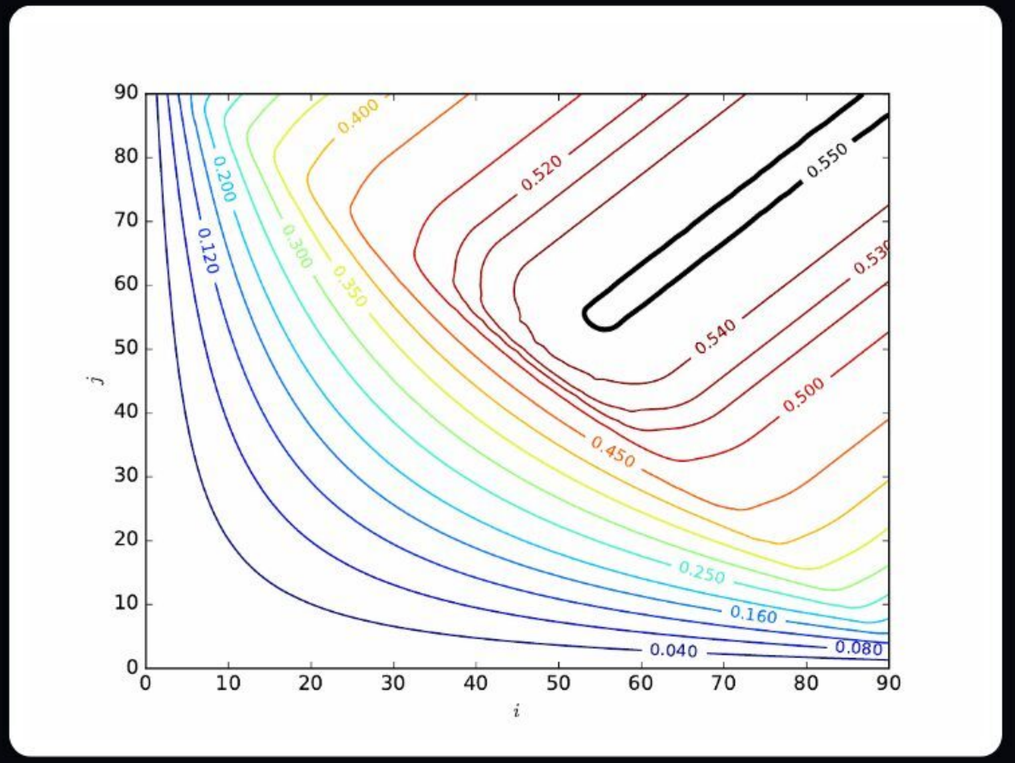
Erro < 3% para $R > 3R_s$ (aqui, $R/R_s = 3{,}38$), com $R_s = 2GM/c^2$.

VARIÁVEL	DEFINIÇÃO	ORIGEM
M, R	massa e raio	equação de estado
N_s, θ_c, T	número, semiabertura e temperatura das manchas	ajuste de corpo negro
θ_d	distância angular entre as manchas	fração pulsada
i, j	ângulos de visada	PF e perfil do pulso

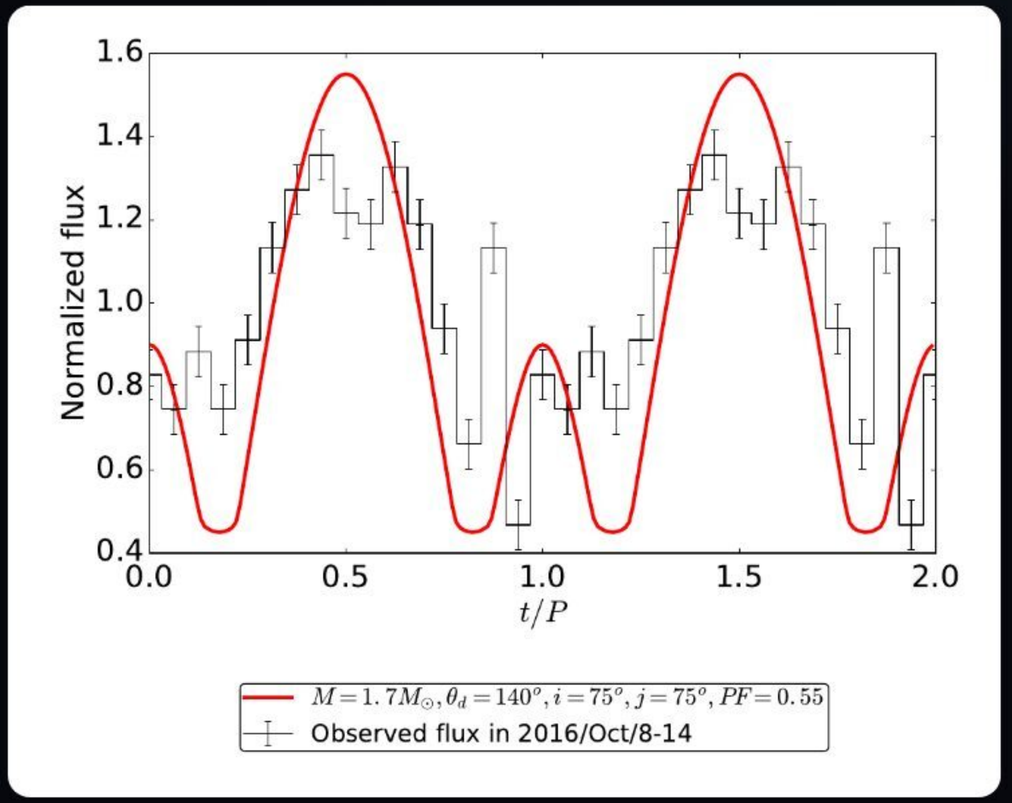
CLASSES DE BELOBORODOV (2002)

I · a mancha antípoda nunca aparece, e a primária é vista o tempo todo. **II** · a primária sempre, e a antípoda por algum tempo. **III** · a primária some por uma fração do período. **IV** · as duas são vistas o tempo todo.

Fração pulsada *e perfil de luz*



Mapa de PF no plano (*i*, *j*). A curva preta grossa é PF = 0,55, o valor observado em 2016.



Perfil do pulso: o modelo (vermelho) com *M* = 1,7 M☉, θ_d = 140°, *i* = *j* = 75°, contra o fluxo observado pelo Chandra em 8–14/10/2016.

V

PARTE CINCO

Buracos *negros*

Quando nem os nêutrons seguram, a estrela cai para dentro do próprio horizonte — e some do Universo visível.

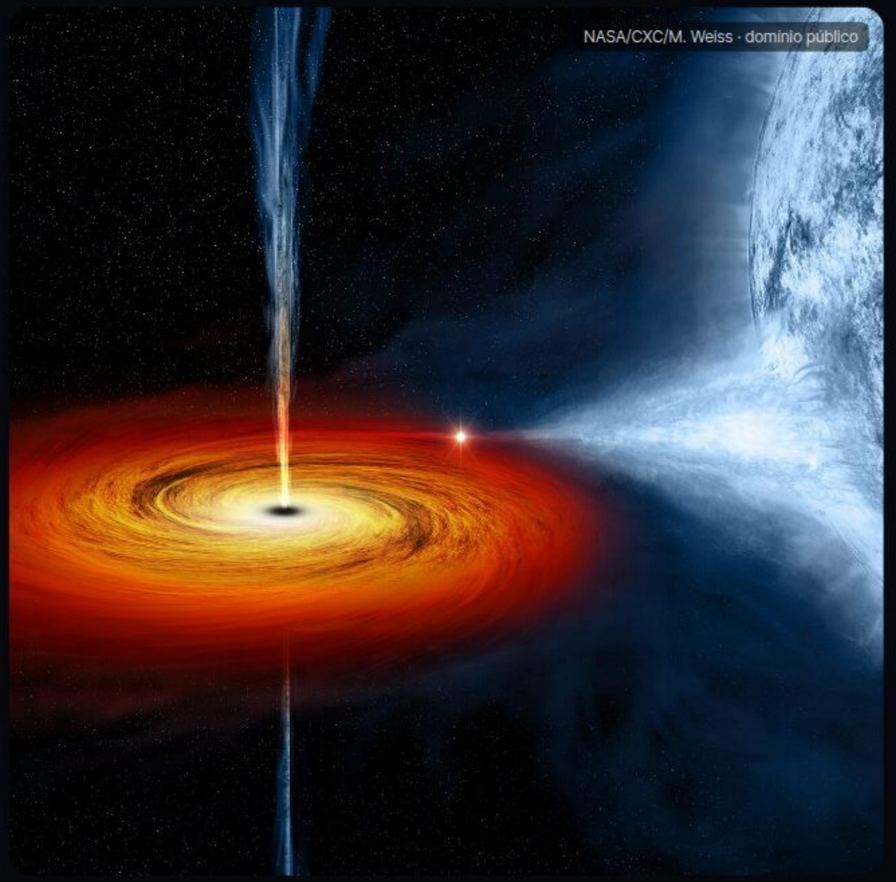
massa máxima · Laplace · 1796 · Schwarzschild · 1916 · o horizonte · Sgr A*



O centro da Via Láctea · ESO · CC BY 4.0

TOLMAN · OPPENHEIMER · VOLKOFF · 1939

$M_{máx} \approx 2\,M\odot$ — *e se passar?*



Estrelas de nêutrons também têm massa máxima. Acima de ~2–2,3 M⊙, nem a pressão dos nêutrons nem a força nuclear seguram a estrela.

2,08 M⊙

PSR J0740+6620, a mais pesada medida com precisão

~21 M⊙

Cygnus X-1, o primeiro buraco negro aceito (1972)

Mas e se a estrela de nêutrons receber mais massa — *acretando* gás de uma companheira — e passar de $M_{máx}$?

Nada pode *deter o colapso*

Nenhuma força conhecida segura a estrela.

E se existir alguma física que ainda não conhecemos, forte o bastante para frear o colapso?

Não adianta: quando o *horizonte de eventos* se forma, já é tarde. Lá dentro, todo futuro aponta para o centro.

1783 – 2019

Uma breve história *dos buracos negros*

1783

Michell: “estrelas escuras”, de onde a luz não escapa

1796

Laplace chega à mesma ideia

1916

Schwarzschild: a primeira solução exata da RG

1935

Eddington: “deveria haver uma lei da Natureza...”

1939

Oppenheimer & Snyder: o colapso, calculado

1963

Kerr: buracos negros que giram

1967

Wheeler populariza o nome “buraco negro”

2019

EHT: a primeira imagem, de M87*

Uma estrela *escura*



Pierre-Simon Laplace
1749 – 1827

Pela física de Newton, a luz não escaparia de um objeto suficientemente massivo e compacto.

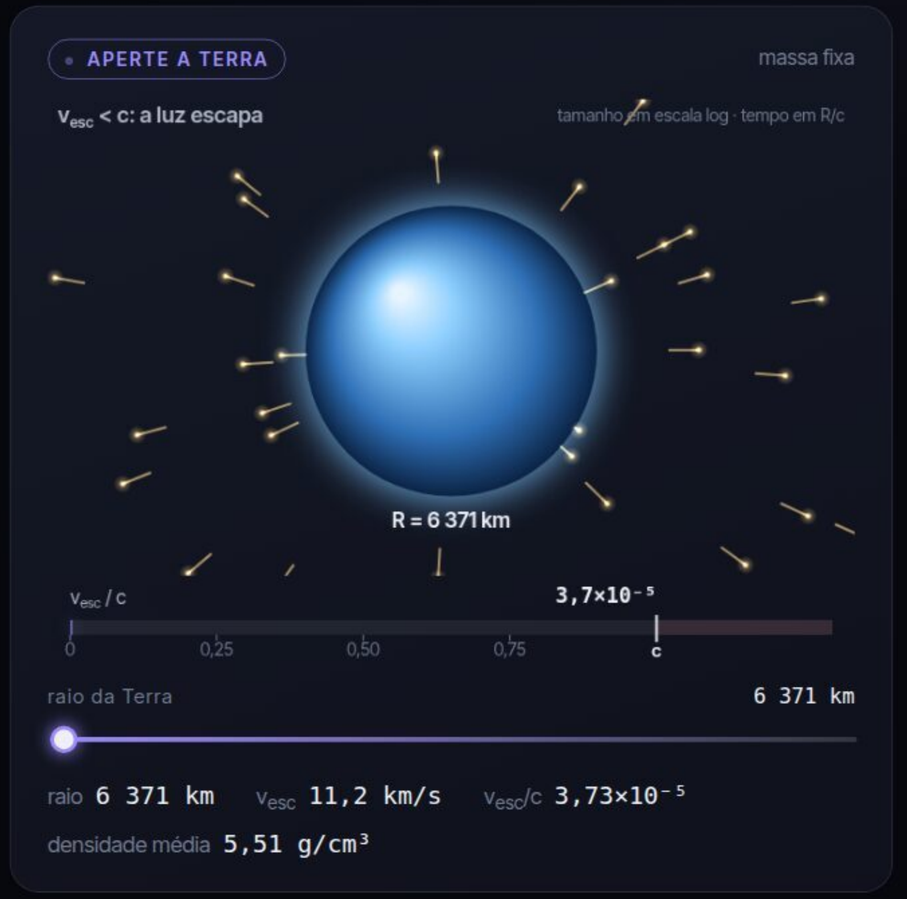
$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_{esc} = \left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2}$$

ENERGIA INICIAL = ENERGIA FINAL

Na Terra, v_{esc} = 11,18 km/s. Para qual r a velocidade de escape seria a da luz?

$$r = \frac{2GM}{c^2}$$

Terra: **8,9 mm**. Sol: **2,95 km**.

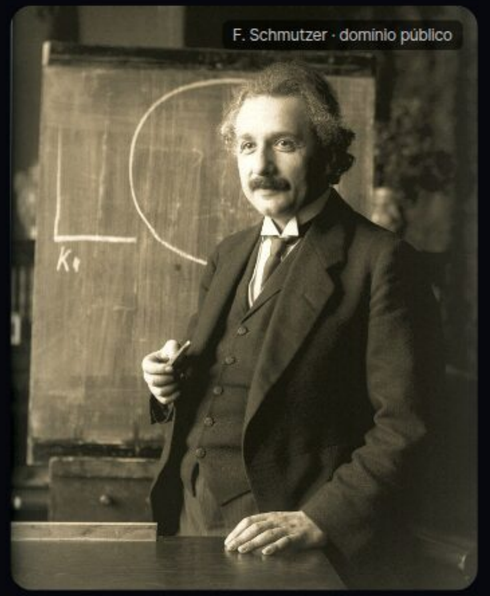


DEZEMBRO DE 1915 · FRONT RUSSO

Um mês depois de *Einstein*



Karl Schwarzschild
1873 – 1916



Albert Einstein
1921

Praticamente um mês depois de Einstein apresentar a Relatividade Geral (25/11/1915), Schwarzschild — servindo como artilheiro no front russo — encontrou uma **solução analítica exata** das equações.

> *"Li o seu artigo com o maior interesse. Eu não esperava que se pudesse formular a solução exata do problema de forma tão simples. Gostei muito do seu tratamento matemático do assunto."*
>
> Einstein a Schwarzschild, 9 de janeiro de 1916

Schwarzschild morreu em maio de 1916, de uma doença contraída no front.

ESFÉRICO, SEM CARGA, SEM ROTAÇÃO

A primeira solução exata *já era um buraco negro*

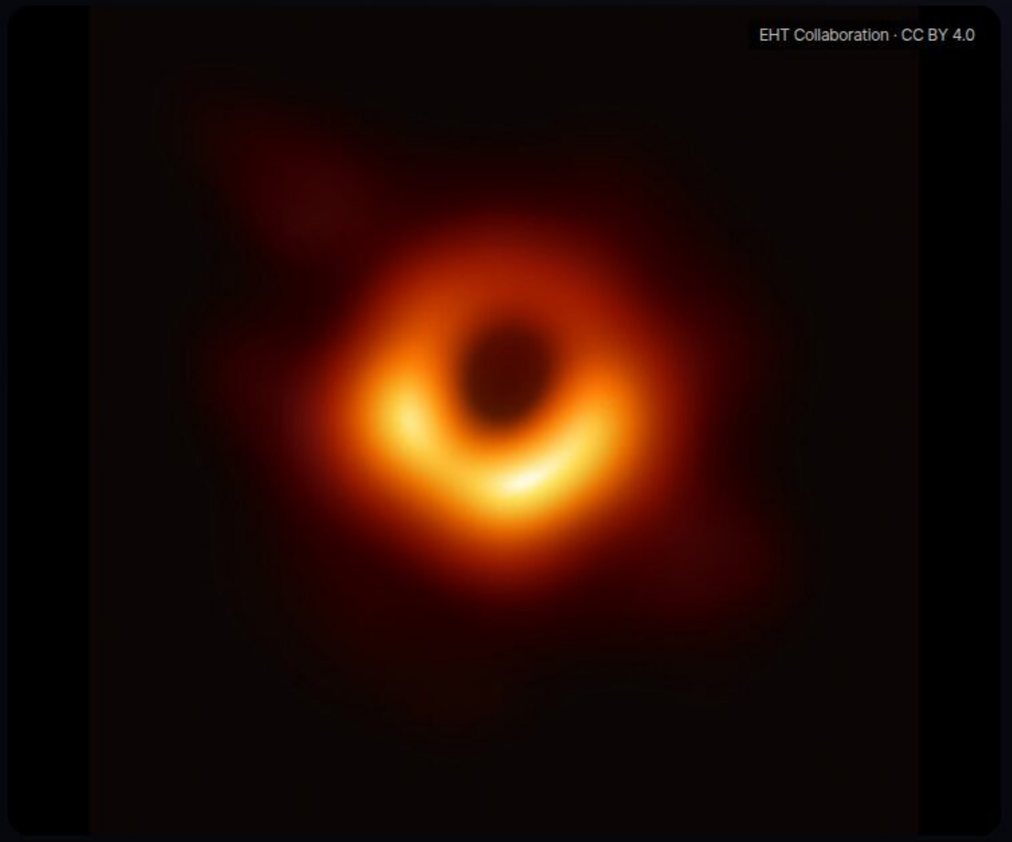
O QUE NENHUM DELES SABIA

A solução era **completa**: além do exterior de uma estrela, descrevia um buraco negro esférico, neutro e sem rotação — o **buraco negro de Schwarzschild**.

ATÉ ENTÃO

Einstein só tinha procurado soluções aproximadas — o formalismo pós-newtoniano — e com elas explicado o **desvio da luz pelo Sol** e a **precessão de Mercúrio**.

Foram precisos uns 50 anos para a comunidade aceitar que aquilo existia de verdade.



A sombra de M87*, Event Horizon Telescope, 2019 — 103 anos depois.

ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY · 11 DE JANEIRO DE 1935

Eddington contra *Chandrasekhar*



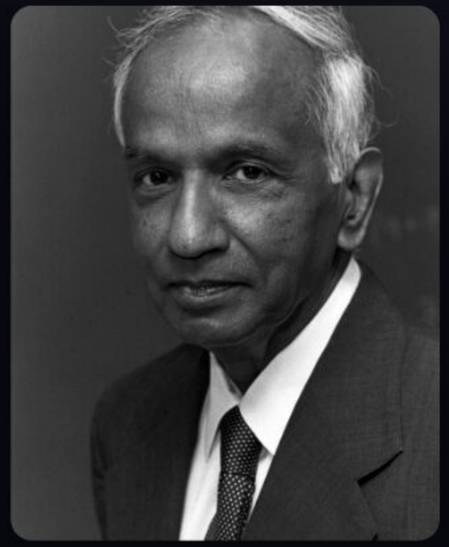
Arthur Eddington
1882 – 1944

Um dos primeiros a entender a Relatividade Geral, Eddington percebeu na hora: se Chandrasekhar estivesse certo sobre o limite de massa, a formação de buracos negros seria **inevitável** para estrelas massivas.

> *"Acho que deveria haver uma lei da Natureza para impedir que uma estrela se comporte desse jeito absurdo!"*
>
> Arthur Eddington, Royal Astronomical Society, 11/01/1935

Chandrasekhar lamentaria depois que se passaram **quase trinta anos** até o significado do seu resultado ser reconhecido.

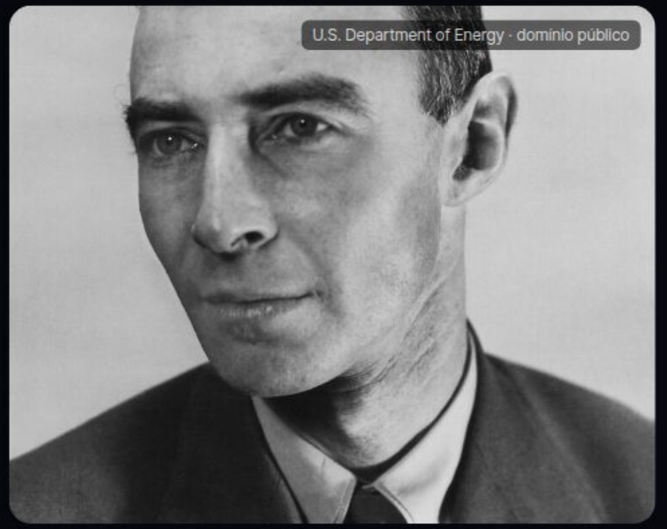
K. C. Wali, *Chandra: a biography of S. Chandrasekhar* (1991).



Chandrasekhar
24 anos em 1935

1939 · 1963 · 1967

O colapso, a rotação *e o nome*



1939 · Oppenheimer

Com Snyder, o primeiro cálculo rigoroso de uma estrela colapsando até formar um buraco negro. Com Volkoff, a massa máxima das estrelas de nêutrons.



1963 · Roy Kerr

Outra solução exata das equações de Einstein: um buraco negro girando. É o que a natureza deve produzir.



1967 · John A. Wheeler

Populariza o termo "buraco negro" — para desgosto dos franceses, para quem *trou noir* soava indecente.

A MÉTRICA DE SCHWARZSCHILD

Três cortes *de uma mesma fórmula*

$$\Delta s^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)(c\Delta t)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}(\Delta r)^2 + r^2\left[(\Delta\theta)^2 + \sin^2\theta\,(\Delta\varphi)^2\right]$$

M = MASSA DO OBJETO CENTRAL

$\Delta T = \Delta\Theta = \Delta\Phi = 0$

$\Delta r_p = (1 - 2GM/c^2 r)^{-1/2}\,\Delta r$

Distâncias radiais medidas por uma régua: maiores que Δr.

$\Delta R = \Delta\Theta = \Delta\Phi = 0$

$\Delta\tau = (1 - 2GM/c^2 r)^{1/2}\,\Delta t$

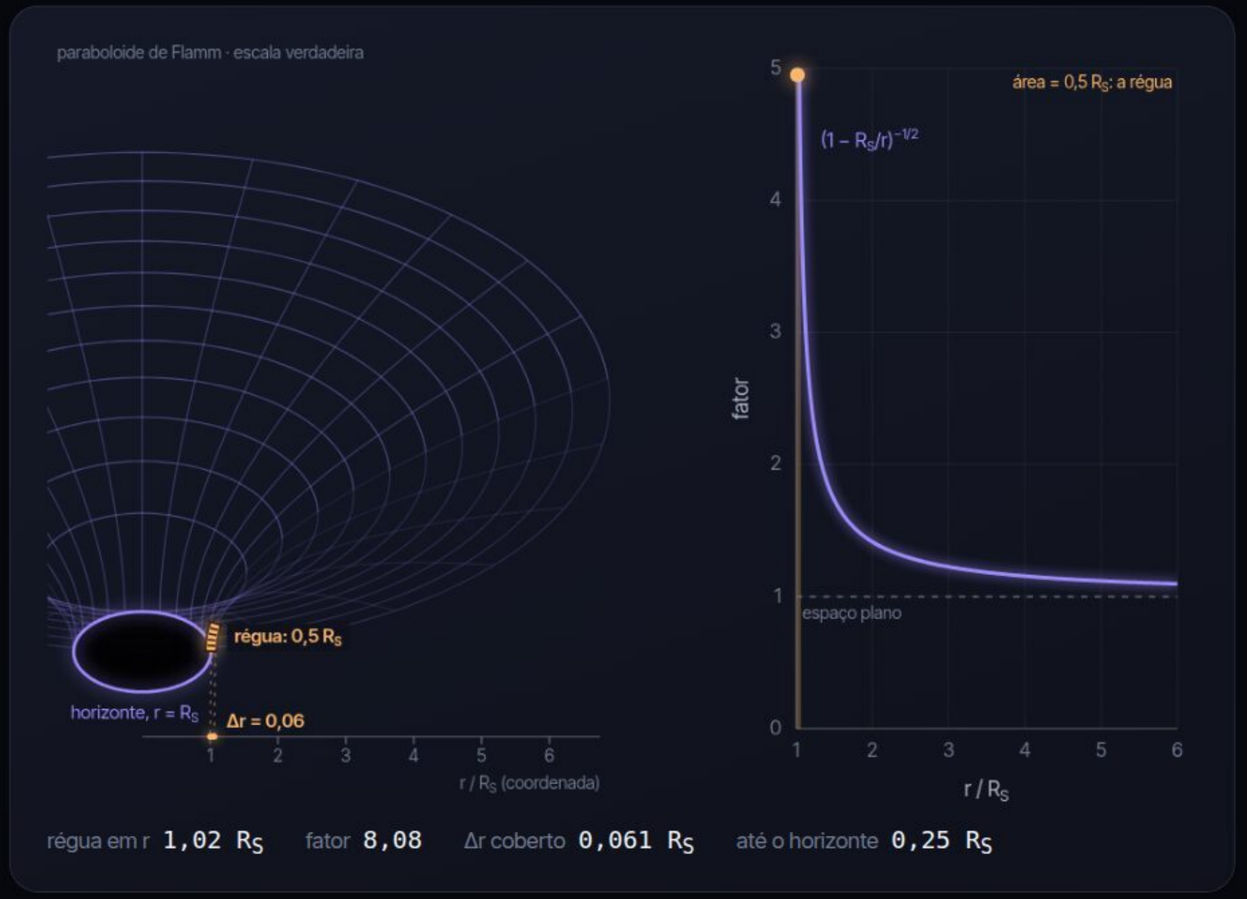
O tempo de um relógio parado: anda mais devagar que o de longe.

$\Delta T = \Delta R = 0$

$\Delta S = r\,[(\Delta\theta)^2 + \sin^2\theta\,(\Delta\varphi)^2]^{1/2}$

A parte angular é a de sempre: a distância entre dois pontos na superfície da Terra (θ = 90° − latitude).

A régua *no poço*



régua em r `1,02 Rs` fator `8,08` Δr coberto `0,061 Rs` até o horizonte `0,25 Rs`

- r é a coordenada de um observador no infinito: a circunferência dividida por 2π.
- Δr_p é a distância que um observador local mede com a régua.
- As distâncias são **maiores** do que seriam num espaço plano: entre as esferas de circunferências $2\pi r_1$ e $2\pi r_2$ há mais que $r_2 - r_1$.
- O fator $(1 - r_s/r)^{-1/2}$ diverge em r_s, mas a distância até o horizonte é **finita**: de $3r_s$ até r_s são 3,6 r_s, não 2.

À esquerda, o paraboloide de Flamm: a fatia equatorial (t constante) desenhada como superfície, com a mesma geometria.

O raio de *Schwarzschild*

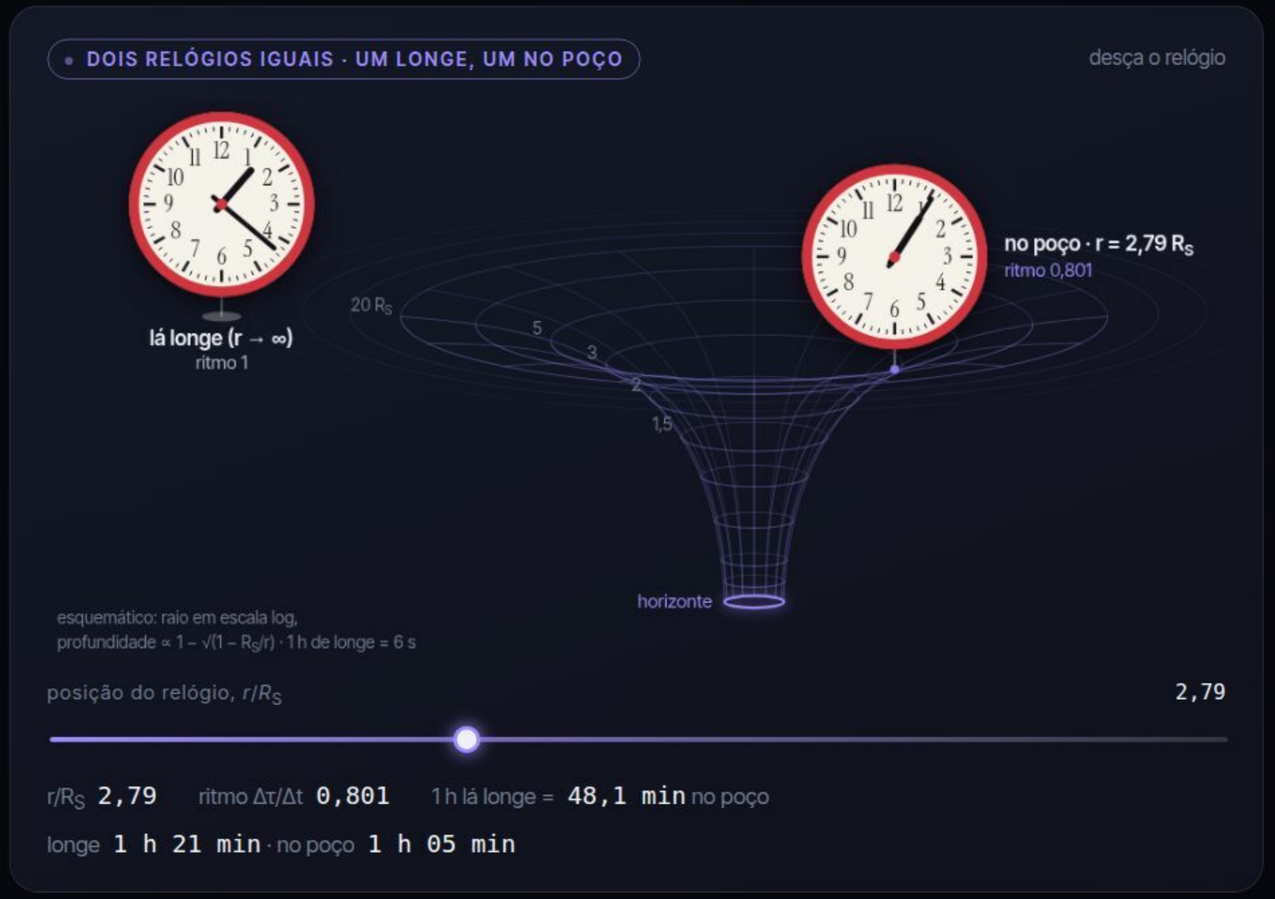
$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

2,95 KM POR MASSA SOLAR

Onde o fator $(1 - 2GM/c^2r)$ da métrica se anula. Não há nada ali — nenhuma superfície, nenhuma parede: é uma fronteira **causal**. O que entra não sai.

OBJETO	MASSA	R_S
Terra	6×10^{24} kg	8,9 mm
Sol	1 $M_\odot$	2,95 km
estrela de nêutrons (raio 12 km)	1,4 $M_\odot$	4,1 km
Cygnus X-1	21 $M_\odot$	62 km
Sgr A*	$4{,}3\times10^{6}$ $M_\odot$	12,7 milhões km · 18 $R_\odot$
M87*	$6{,}5\times10^{9}$ $M_\odot$	$1{,}9\times10^{10}$ km · 128 UA

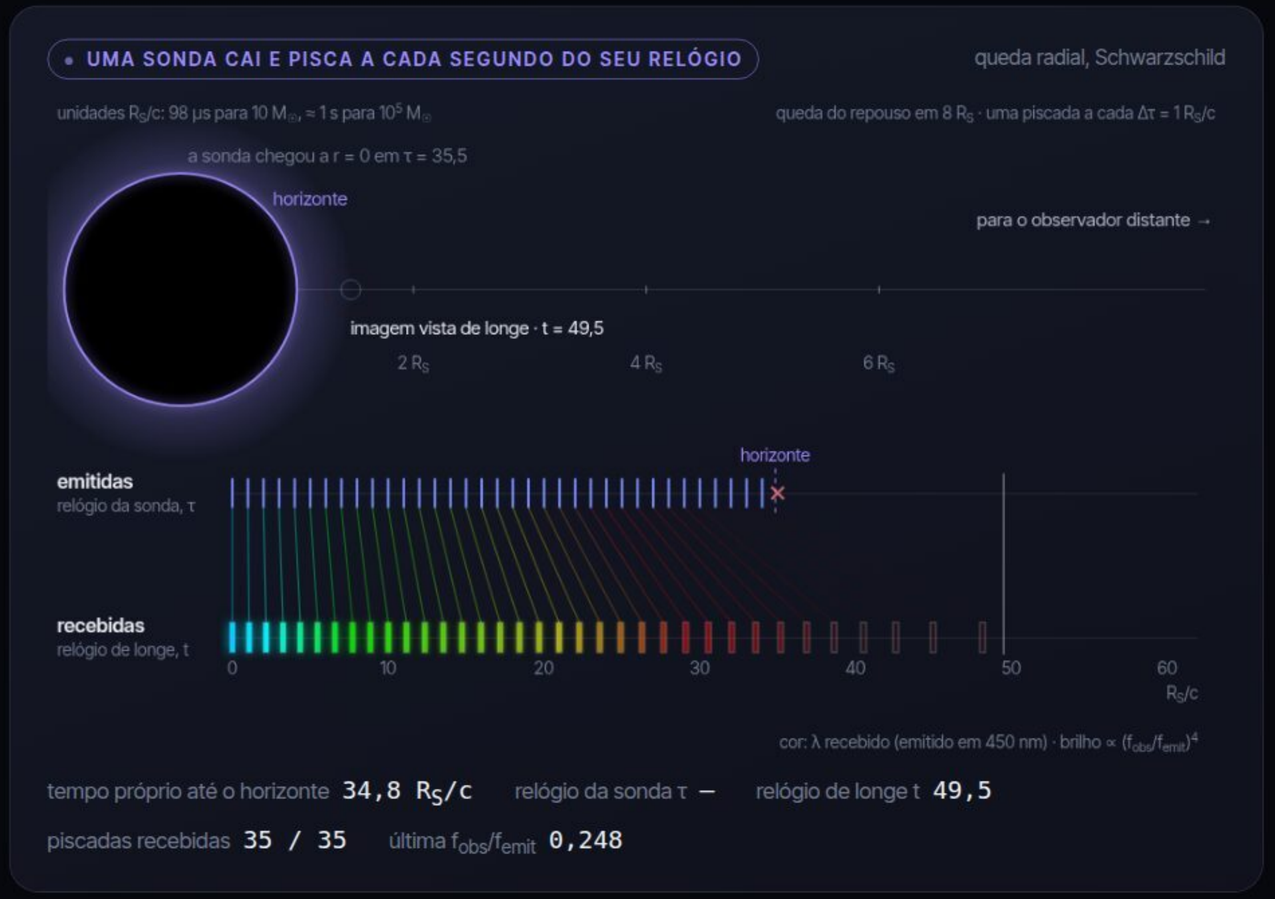
O tempo *no poço*



$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2} \Delta t$$

- O relógio fundo no poço anda mais devagar, visto de longe — e não é ilusão: ao voltar, ele marca menos tempo.
- GPS: +45 μs/dia pela altitude, −7 μs/dia pela velocidade dos satélites. Sem a correção, erro de ~10 km por dia.
- Na superfície de uma estrela de nêutrons: $\Delta\tau/\Delta t \approx 0{,}8$ — perdem-se ~12 minutos por hora.
- No horizonte, $\Delta\tau/\Delta t \to 0$.

Visto de longe, *o tempo congela*



Um observador no infinito veria o tempo **congelar** em R_S. Isso significa que a luz para?

Não! Significa que ela fica **aprisionada**. Para fótons $\Delta s^2 = 0$; se $\Delta\tau \to 0$, os termos espaciais também se anulam ($\Delta r = \Delta\theta = \Delta\phi = 0$): o fóton não sai daquela região.

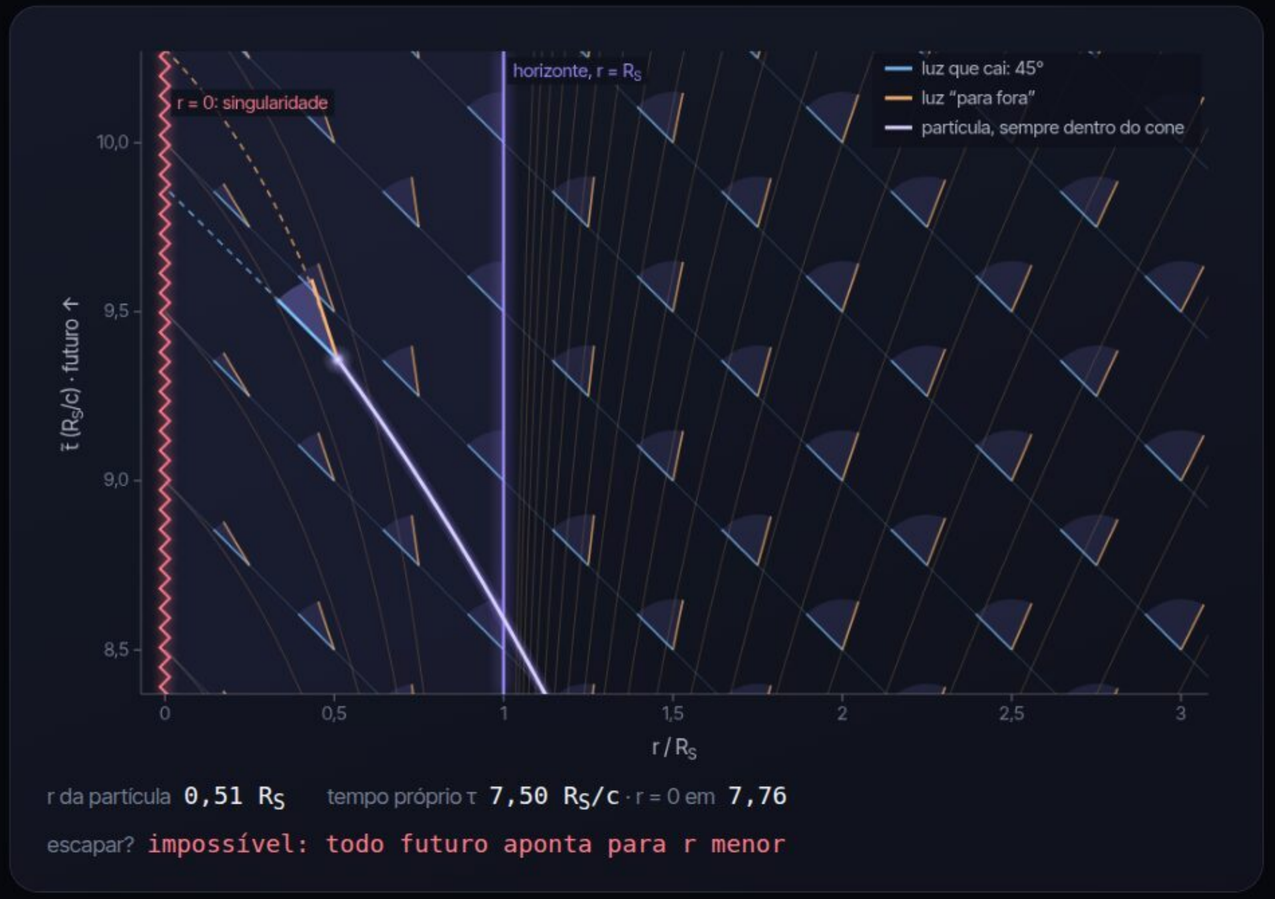
FÓTONS: NOSSOS RELÓGIOS NATURAIS

Uma onda de frequência f é um relógio que bate $1/\Delta t$ vezes por segundo:

$$f_\infty = (1 - 2GM/c^2 r)^{1/2}\, f_{\text{local}}$$

Quem cai não percebe nada de especial ao cruzar o horizonte.

Todo futuro *aponta para o centro*



r da partícula `0,51 Rs` tempo próprio τ `7,50 Rs/c` · r = 0 em `7,76`

escapar? `impossível: todo futuro aponta para r menor`

A matéria deve se mover **dentro** dos cones de luz.

- Longe, o cone é o de sempre: dá para ir para fora ou para dentro.
- Perto do horizonte, ele tomba para dentro, mas ainda deixa uma saída.
- No horizonte, a borda de fora fica vertical: a luz "para fora" fica parada.
- Dentro, os dois lados do cone apontam para *r* menor: **caminhar em direção ao futuro significa caminhar para o centro**.

Coordenadas de Eddington–Finkelstein: $\tilde{t} = t + r_s \ln|r/r_s - 1|$; a luz que cai segue retas a 45°.

Sagittarius A*: *estrelas em volta do nada*



$4{,}3\times10^{6}\ M_\odot$
massa no centro

16 anos
período de S2

S2 passa a ~120 UA do centro a ~7 700 km/s, 2,6% de c. Em 2018 e 2020 o VLT mediu nela o desvio para o vermelho gravitacional e a precessão de Schwarzschild.



Reinhard Genzel
VLT · desde 1992



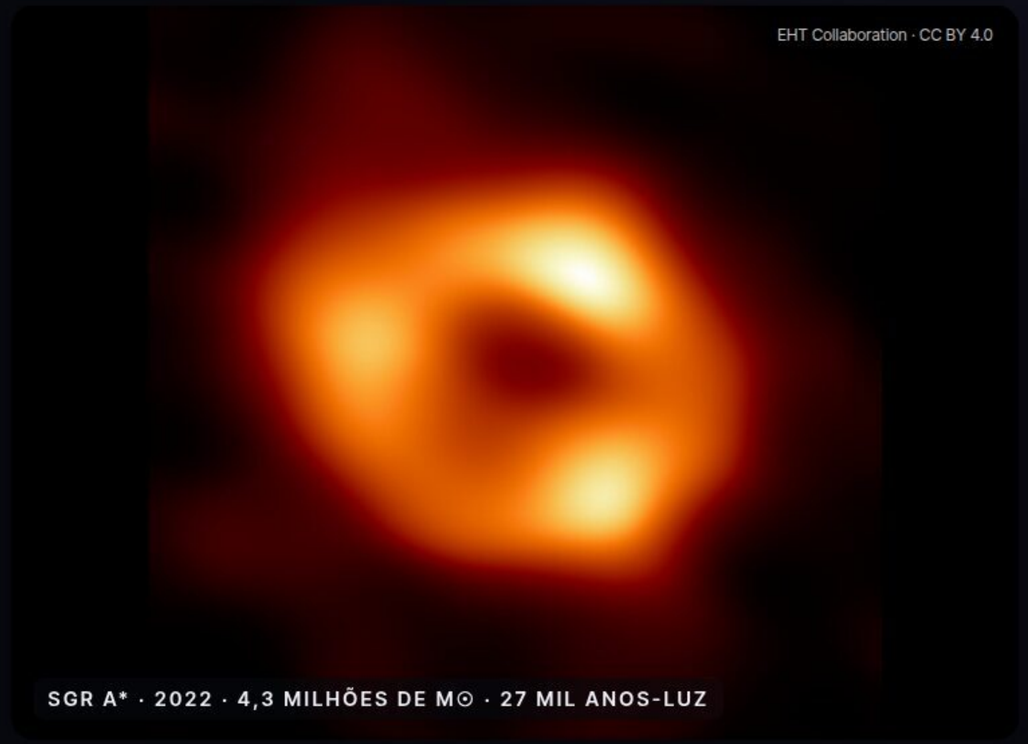
Andrea Ghez
Keck · desde 1995

Nobel de 2020, com Roger Penrose.

EVENT HORIZON TELESCOPE · 2019 E 2022

As *sombras*

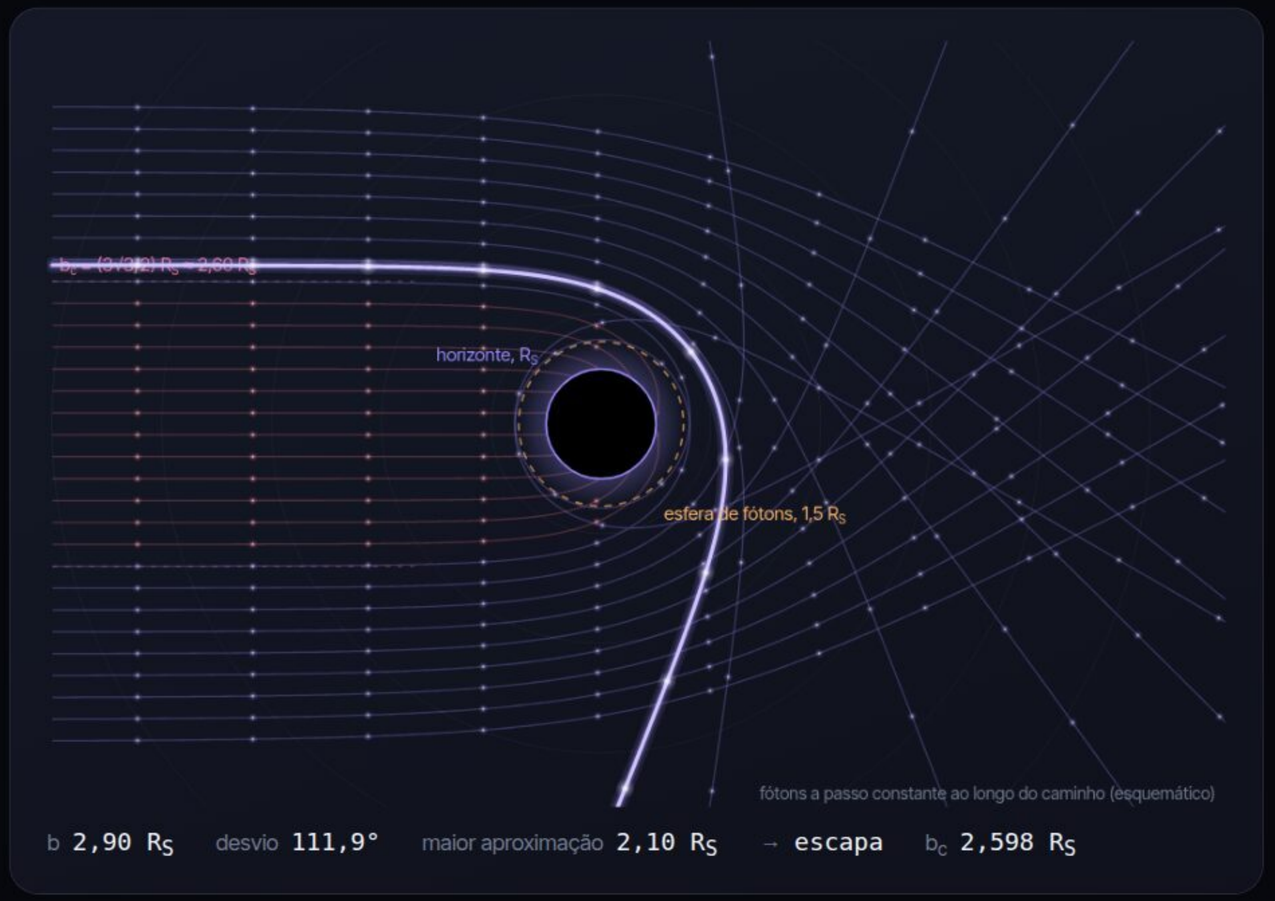




O anel tem ~5 R_S de diâmetro: é a esfera de fótons, a 1,5 R_S, vista através da lente do próprio buraco negro — diâmetro da sombra = $2\sqrt{27}\,GM/c^2 \approx 5{,}2\ R_S$.

GEODÉSICAS DE SCHWARZSCHILD

Como a luz *se curva*



b 2,90 R_S desvio 111,9° maior aproximação 2,10 R_S → escapa b_c 2,598 R_S

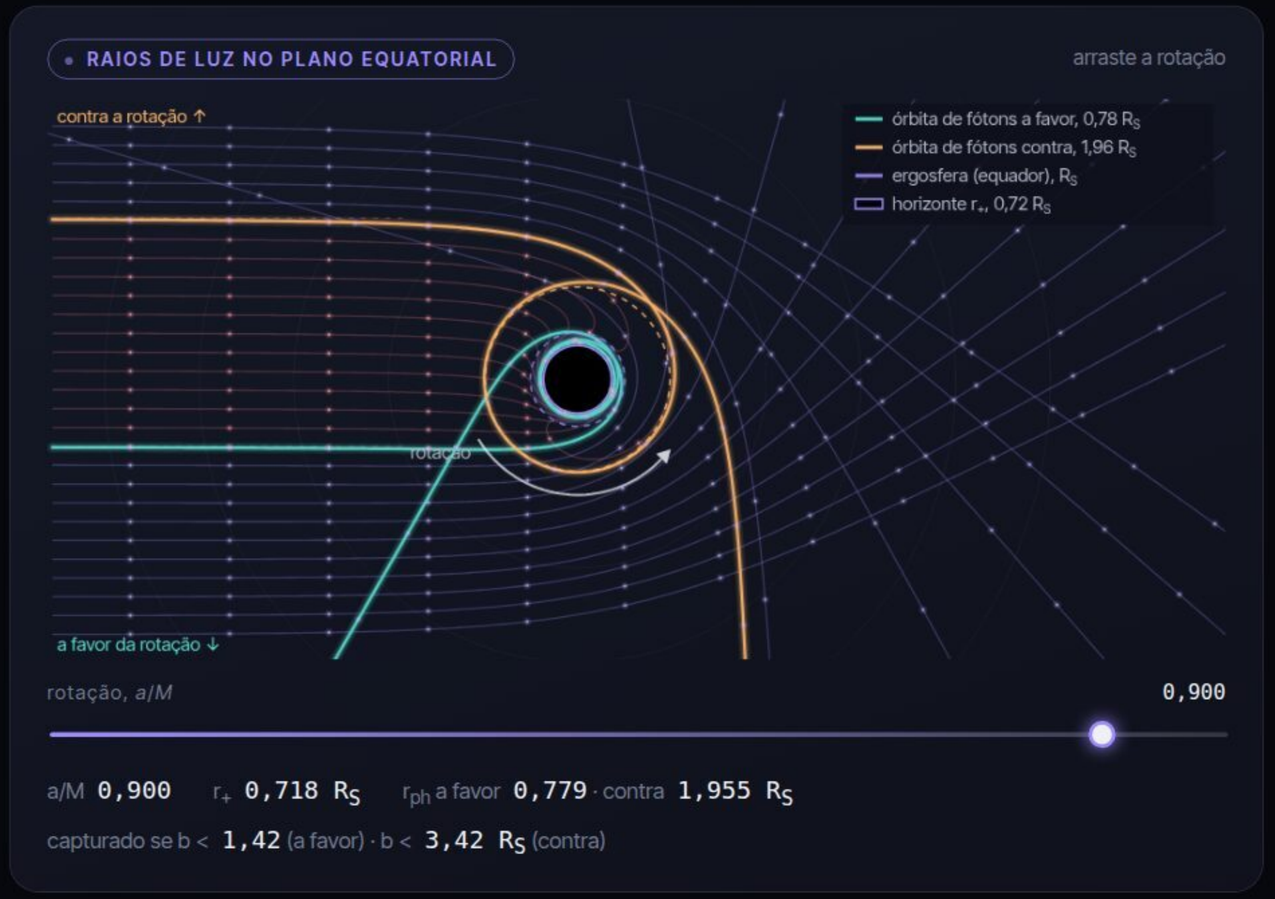
$$u'' + u = \frac{3}{2} R_S u^2$$

$U = 1/R$ · EQUAÇÃO DA ÓRBITA DA LUZ

- $b > 3\sqrt{3}\,GM/c^2 \approx 2{,}6\ R_S$: a luz é desviada e escapa.
- $b = 2{,}6\ R_S$: órbita instável na **esfera de fótons**, $r = 1{,}5\ R_S$.
- $b < 2{,}6\ R_S$: capturada.

O termo à direita é a correção da Relatividade Geral. Sem ele, a luz andaria em linha reta.

O buraco negro que *gira*



- A rotação **arrasta** o espaço-tempo em volta (efeito Lense–Thirring).
- A luz que viaja no sentido da rotação chega mais perto antes de ser capturada: a órbita de fótons vai de 1,5 R_S até 0,5 R_S quando $a \to M$.
- Contra a rotação, a órbita se afasta, até 2 R_S.
- A captura fica assimétrica: a sombra se desloca e achata de um lado.

Geodésicas nulas de Kerr em Boyer–Lindquist, integradas no tempo de Mino.

R = 0

A *singularidade*

$$\Delta s^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)(c\Delta t)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}(\Delta r)^2 + r^2[(\Delta\theta)^2 + \sin^2\theta\,(\Delta\varphi)^2] \quad r = 0 \rightarrow \text{singularidade}$$

$R = R_S$ NÃO É SINGULAR

Ali a métrica parece explodir, mas é só uma escolha ruim de coordenadas — como a longitude no polo Norte. Quem cai atravessa o horizonte sem notar, e a curvatura lá é finita.

$R = 0$ É

A curvatura diverge — o invariante de Kretschmann vai como $48G^2M^2/c^4r^6$ — e as forças de maré esticam qualquer coisa. A Relatividade Geral **prevê o próprio limite**: ali deve entrar uma teoria quântica da gravidade, que ainda não temos.

RECAPITULANDO

Três massas *decidem o fim*

M_J

Jeans

Acima dela, uma nuvem fria colapsa, se fragmenta e acende estrelas. Diminui à medida que a nuvem fica densa.

1,44 $M_\odot$

Chandrasekhar

Acima dela, os elétrons degenerados não seguram: não existe anã branca, e o núcleo de ferro colapsa.

~2,2 $M_\odot$

Tolman–Oppenheimer–Volkoff

Acima dela, nem os nêutrons seguram: forma-se um horizonte, e a estrela vira buraco negro.

A vida inteira de uma estrela é a gravidade de um lado e, do outro, o calor, a fusão e — no fim — *a mecânica quântica*.

CRÉDITOS DAS IMAGENS

Fotos e figuras *de uso livre*

Albert Einstein — Ferdinand Schmutzer / Adam Cuerden · domínio público

Karl Schwarzschild — autor desconhecido · domínio público

M87* (EHT) — Event Horizon Telescope Collaboration · CC BY 4.0

Sgr A* (EHT) — EHT Collaboration · CC BY 4.0

Nebulosa do Caranguejo — NASA, ESA, J. Hester and A. Loll (Arizona State University) · domínio público

O Sol (SDO) — NASA/SDO (AIA) · domínio público

Diagrama de Hertzsprung–Russell — ESO · CC BY 4.0

Wolfgang Pauli — autor desconhecido · CC BY 4.0

Animação da supernova (vídeo) — NASA's Goddard Space Flight Center Conceptual Image Lab (Jonathan North) · domínio público

Pilares da Criação, Webb 2022 — NASA, ESA, CSA, STScI; image processing: Joseph DePasquale, Anton M. Koekemoer, Alyssa… · domínio público

Pilares da Criação, Hubble 2014 — NASA, ESA, Hubble Heritage Team (STScI/AURA) · domínio público

"Penhascos Cósmicos", Nebulosa de Carina — NASA, ESA, CSA, STScI · domínio público

Nebulosa de Órion — NASA, ESA, M. Robberto (Space Telescope Science Institute/ESA) and the Hubble Space… · domínio público

Disco de HL Tauri — ALMA (ESO/NAOJ/NRAO) · CC BY 4.0

Ivy Mike, 1952 — National Nuclear Security Administration / Nevada Site Office · domínio público

Betelgeuse — ESO/M. Montargès et al. · CC BY 4.0

Nebulosa do Anel (M57) — ESA/Webb, NASA, CSA, M. Barlow, N. Cox, R. Wesson · CC BY 4.0

Werner Heisenberg — Bundesarchiv, Bild 183-R57262 / autor desconhecido · CC BY-SA 3.0 de

Subrahmanyan Chandrasekhar — AIP Emilio Segrè Visual Archives, Gift of Kameshwar Wali · atribuição (AIP)

Jocelyn Bell, 1967 — Roger W Haworth · CC BY-SA 2.0

Antony Hewish — Woodruff T. Sullivan III / NRAO/AUI Archives (NRAO/AUI/NSF) · CC BY 4.0

Pierre-Simon Laplace — Jean-Baptiste Paulin Guérin · domínio público

Arthur Eddington — Bain News Service (Library of Congress) · domínio público

J. Robert Oppenheimer — autor desconhecido (U.S. Department of Energy) · domínio público

John A. Wheeler — Emielke · CC BY-SA 3.0

Roy Kerr — Bengt Nyman · CC BY-SA 4.0

Cygnus X-1 (ilustração) — NASA/CXC/M. Weiss · domínio público

O centro da Via Láctea — ESO · CC BY 4.0

Andrea Ghez — BorderlineRebel · CC BY-SA 4.0

Reinhard Genzel — ESO/Mahdi Zamani · CC BY-SA 4.0

Estrela de nêutrons sobre Manhattan — NASA's Goddard Space Flight Center · domínio público

Registro de CP 1919, 1967 — Bill Thompson (Billthom) · CC BY-SA 4.0

Cassiopeia A — X-ray: NASA/CXC/SAO; Optical: NASA/ESA/STScI; IR: NASA/ESA/CSA/STScI/Milisavljevic et… · domínio público

Figuras da pesquisa (Parte IV) — R. C. R. de Lima e colaboradores; Coelho et al., A&A 599, A87 (2017); de Lima et al., ApJ 889, 165 (2020)

Diagrama P–Ṗ — catálogo de pulsares ATNF 2.8.1 (Manchester et al., AJ 129, 1993, 2005)

Órbitas em torno de Sgr A* — Gillessen et al., ApJ 837, 30 (2017); GRAVITY Collaboration, A&A 657, L12 (2022)

OBRIGADO

Perguntas?

Slides, animações e dashboards abertos em
rafael-lima.pages.dev/talks

Rafael C. R. de Lima

rafael.lima@udesc.br · rafael-lima.pages.dev